
Uma forma alternativa para alocação ótima de capital em carteiras de risco

Ailton Cassettari

Recebido em dezembro/2000

Uma das mais importantes questões dentro das teorias financeiras diz respeito à administração eficiente de carteiras. Quer sejam acadêmicos, quer sejam praticantes do mercado, os envolvidos diretamente com a teoria das carteiras sempre se preocuparam, em última análise, com a alocação eficiente do capital. Justifica-se, portanto, a um só tempo, a antiguidade do tratamento do tema e a sua permanente atualidade.

Desde cedo, a intuição acerca do assunto era correta, qual seja, a identificação de seus dois conceitos básicos: risco e retorno. Entretanto, somente com Markowitz (1952) foram lançadas as bases da que ficou conhecida como **Moderna Teoria de Portfólios**. Um dos maiores méritos dessa teoria foi o de colocar em bases sólidas (e matemáticas) a relação entre **risco** e **retorno**. De forma geral, não é tarefa fácil definir de maneira precisa as atitudes dos investidores ante esses dois conceitos. Como qualquer outro modelo, o de Markowitz assume uma série de premissas a esse respeito. De maneira simples, essas premissas podem ser resumidamente descritas da seguinte maneira:

- As únicas variáveis a serem utilizadas pelos investidores para avaliar um portfólio seriam o **valor esperado** (retorno médio) e a **variância** das taxas de retorno sobre o horizonte de um período.
- Quando têm de escolher entre dois portfólios de mesmo risco, os investidores estariam sempre dispostos a ganhar mais, ou seja, escolheriam o portfólio de maior retorno.
- Aversão aos riscos — quando postos diante de dois portfólios de mesmo retorno, os investidores escolheriam o de menor risco.
- Os ativos individuais são infinitamente divisíveis, isto é, os investidores podem comprar ou vender qualquer fração deles.
- Existe uma taxa livre de riscos.
- Não há custos de transação.
- Não existe divergência, entre os investidores, quanto à distribuição de probabilidades dos retornos dos ativos, de modo que deve haver um único conjunto de carteiras eficientes.

Essas restrições parecem, à primeira vista, severas. No entanto, uma análise mais de perto permite constatar que não são irrealistas a ponto de inviabilizar o processo de aplicação prática do modelo.

Ailton Cassettari, Doutor em Física pela Universidade de São Paulo, é Analista do Departamento de Pesquisa do Banco Sudameris-Brasil.
E-mail: ailton.cassettarijr@sudameris.com.br

Uma das mais importantes conseqüências do trabalho de Markowitz (1952) foi a noção exata do efeito da **diversificação**. Enquanto alguns pensadores mais antigos (de peso, como Keynes e Loeb *apud* Bernstein, 1992:48) eram céticos a esse respeito, a moderna teoria dos portfólios devida a Markowitz deixava bem claro que uma boa diversificação poderia reduzir ou, até mesmo, teoricamente, eliminar os riscos. Ao mesmo tempo, sua teoria fazia cair por terra as concepções ingênuas acerca da diversificação, colocando em cena uma nova variável: a correlação entre os ativos, a partir de então de extrema importância.

As duas equações fundamentais da Moderna Teoria das Carteiras são:

$$ret_{port} = \sum_{i=1}^N r_i w_i \quad [1]$$

e

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j cov_{ij}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \cdot \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j} \quad [2]$$

nas quais

ret_{port} é a taxa de retorno do portfólio;

σ_p é o desvio-padrão do portfólio;

w_i é a proporção investida no ativo i ;

cov_{ij} é a covariância entre dois ativos individuais, i e j ;

ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre dois ativos individuais;

N é o número de ativos individuais.

Dessas equações, duas observações são importantes:

- a equação [1] diz que o retorno do portfólio é simplesmente a média ponderada dos retornos dos ativos individuais;
- segundo a equação [2], o risco do portfólio — representado por sua variância (ou desvio-padrão) —, por sua vez, não é simplesmente a média ponderada das variâncias dos ativos individuais, mas depende da covariância entre os ativos, dois a dois.

Depois de quase 50 anos de sua publicação, pode-se dizer que não houve alterações significativas na teoria de Markowitz. Com a introdução do conceito de *Value at Risk* (VaR), em meados da década de 1990, uma ligeira alteração na mensuração dos riscos emergiu. De maneira simples, o VaR é um número que representa a mudança potencial no valor de um portfólio, em um dado horizonte de tempo, em um dado nível de probabilidade.

Outra quantidade importante para a alocação de capital é a **Razão de Sharpe** (Sharpe, 1989), definida como:

$$Sh_t = \frac{R_{pt} - R_{ft}}{\sigma_{pt}} \quad [3]$$

em que

R_{pt} é a taxa de retorno observada do investimento no tempo t ;

R_{ft} é a taxa livre de risco em t ;

σ_{pt} é o desvio-padrão dos retornos do investimento em questão.

Para o administrador de carteiras, o objetivo é maximizar a Razão de Sharpe no período (futuro) $t+1$. Para isso, ele deve ser capaz de fazer uma previsão tanto de R_{pt+1} quanto de σ_{pt+1} . Obviamente, nenhuma dessas tarefas é simples, sobretudo pelo fato de envolverem estimativas futuras. Logo, o administrador deve fazer não somente uma boa análise histórica, mas também, e principalmente, previsões. Nes-

se contexto, é mister que ele entenda a dinâmica dos fatores que mais fortemente influenciam R_{pt+1} e σ_{pt} .

A maneira mais simples de maximizar a Razão de Sharpe é ou fixar o numerador e minimizar o denominador ou, pelo contrário, fixar o denominador e maximizar o numerador.

Neste trabalho, o objetivo é maximizar [3] utilizando este conhecido procedimento: assume-se um retorno-alvo para um portfólio composto por ativos individuais e busca-se a composição da carteira de menor risco. A diferença é que, enquanto o retorno esperado continua sendo dado por [1], o **risco** do portfólio será aqui estimado com a utilização do conceito de VaR, calculado de uma forma mais realista. Tal procedimento acha-se descrito no tópico seguinte.

UMA MAIS REALISTA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE CAPITAL

Considere-se uma carteira composta por n ativos. O que interessa é a composição dessa carteira que otimize o capital nela investido.

Para um tratamento mais realista, algumas hipóteses do modelo de Markowitz devem ser alteradas. Aqui, essas alterações serão as seguintes:

- As variáveis a serem utilizadas pelos investidores (mesmo que inconscientemente) para avaliar um portfólio **não** são apenas o desvio-padrão e o retorno esperado, mas também incluem outros parâmetros (especificados mais adiante).
- Existem custos de transação (custos de financiamento).

Inicialmente, faz-se as seguintes definições, seguindo Shephard-Walwyn & Litterman (1998):

- I = Montante do investimento
- F = Quantidade financiada do investimento
- C = Capital próprio alocado no investimento
- $\langle L \rangle$ = Lucro esperado do investimento incluindo os custos diretos e indiretos de financiamento
- $\langle L_{liq.} \rangle$ = Lucro líquido esperado, ou seja, o lucro esperado, livre dos custos de financiamento
- ret = Retorno esperado (percentual) sobre o capital alocado no investimento

Pelo Princípio Fundamental da Contabilidade (Ativos = Passivos), tem-se:

$$ret = \frac{\langle P_{liq} \rangle}{C} \quad [4]$$

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \text{Volatilidades dos lucros da carteira} \\ \sigma_{ret} &= \text{Volatilidades dos retornos da carteira} \\ VaR_{port} &= \text{Value at Risk do portfólio} \\ r &= \text{taxa de juros livre de riscos} \end{aligned}$$

O excesso de retorno sobre a taxa de juros livre de riscos para o capital alocado, incluindo os custos de refinanciamento, é dado por:

$$\langle L \rangle - r \cdot F - r \cdot C \quad [5]$$

Portanto, escreve-se a Razão de Sharpe da seguinte forma:

$$Sh = \frac{\langle L \rangle - r \cdot F - r \cdot C}{\sigma_p} = \frac{\langle L \rangle - r \cdot (F + C)}{\sigma_p} = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{\sigma_p} = \frac{\langle L_{liq.} \rangle - r \cdot C}{\sigma_p} \quad [6]$$

Se o retorno é medido como a razão entre o retorno absoluto para o capital alocado (arbitrário), então a seguinte relação é válida:

$$\sigma_{ret} = \frac{\sigma_p}{C} \quad [7]$$

Com isso, a relação [6] pode ser escrita:

$$Sh = \frac{\frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{C}}{\frac{\sigma_p}{C}} = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{\sigma_{ret} \cdot C} \quad [8]$$

A seguir, faz-se algumas considerações. Como é sabido, parece não haver uma relação causal entre o nível de alavancagem que uma instituição escolhe e sua Razão de Sharpe. Todavia, a quantidade de capital que uma instituição tem de deter deve ser grande o suficiente para ela fazer frente a **oscilações normais** de seus lucros ou prejuízos. Se a volatilidade dos retornos é conhecida, é evidente que um valor bastante razoável a ser exigido é um múltiplo dessa volatilidade:

$$\text{Capital Exigido} = k \cdot \sigma_{ret} \quad [9]$$

em que k é um multiplicador. A questão que se coloca, então, é como determinar o multiplicador de tal maneira que se tenha uma alocação eficiente do capital. Uma das metodologias propostas para tanto é a do *Value at Risk*, segundo a qual o capital exigido é obtido a partir de um percentil de uma distribuição de probabilidades dos retornos. A metodologia mais difundida para o cálculo do VaR, o *RiskMetrics* do Banco J.P. Morgan (1996), assume que essas distribuições são normais (gaussianas). Nesse caso, pode-se determinar um valor preciso para k , mantendo-se a forma da equação [9]⁽¹⁾. Entretanto, se é assumido que as distribuições não são gaussianas, a equação para o capital exigido não mais é tão simples, pois ela passa a depender dos outros parâmetros da distribuição. Assim, na grande maioria das vezes, esse capital deve ser obtido numericamente. Em símbolos,

$$\text{Capital Exigido} = \gamma \quad [10]$$

em que γ é obtido resolvendo-se a equação:

$$p = \int_{-\infty}^{\gamma} f(r) dr \quad [11]$$

com $p = 0,05$ ou $p = 0,01$, respectivamente para um nível de confiança de 95% ou 99%, como usual. Em [11], $f(r)$ é a distribuição (contínua) de probabilidades. Neste trabalho, admite-se que essa distribuição seja a chamada **distribuição hiperbólica**, $hip(x)$:

$$hip(x) = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta \cdot K_1(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2})} \exp\left(-\alpha\sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} + \beta(x - \mu)\right) \quad [12]$$

Na equação anterior, α , β , δ e μ são parâmetros e K_1 é a função de Bessel modificada de terceiro tipo e índice 1. Os primeiros dois parâmetros determinam a forma da distribuição, μ é a média e δ representa um fator de escala. A estimativa desses parâmetros não é trivial. Ela envolve um algoritmo de estimativa de máxima verossimilhança, assumindo-se que as variáveis sejam independentes e identicamente distribuídas, com $\alpha > 0$, $\delta > 0$ e $0 \leq |\beta| < \alpha$. Por causa das restrições sobre os valores dos parâmetros e da presença de uma função de Bessel, não é possível

(1) Para o nível de confiança de 95%, utilizado pelo *RiskMetrics*, tem-se, para cada unidade de capital, no horizonte de um dia, Capital Exigido = $1.65 \cdot \sigma_{ret}$

utilizar os algoritmos de minimização usuais. Além do mais, há problemas teóricos com respeito à convergência.

Em trabalho anterior (Cassettari, 2001), uma metodologia simplificada foi desenvolvida para a estimativa dos parâmetros da distribuição hiperbólica. Por ser razoavelmente extensa, ela não será descrita aqui. Tal metodologia será utilizada mais adiante neste trabalho.

Escreve-se, então, a Razão de Sharpe da seguinte forma:

$$Sh = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{C} \cdot \frac{\xi(\cdot) \cdot I}{\xi(\cdot) \cdot I \cdot \sigma_{ret}} \quad [13]$$

na qual $\xi(\cdot)$ é um parâmetro (o símbolo (\cdot) indica que em geral esse parâmetro depende de outros que definem a distribuição de probabilidades: α , β , δ e μ). O denominador dessa expressão pode ser substituído pelo VaR sem muita hesitação. Então,

$$Sh = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{C} \cdot \frac{\xi(\cdot) \cdot I}{\xi(\cdot) \cdot I \cdot \sigma_{ret}} \cong \xi(\cdot) \cdot \frac{I}{C} \cdot \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{VaR} \quad [14]$$

ou

$$Sh' \equiv \frac{Sh}{\xi(\cdot) \cdot I} = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{VaR} \quad [15]$$

Desse modo, pode-se definir um índice que é simplesmente a Razão de Sharpe dividida por um parâmetro. Como já enfatizado (nota de rodapé 1), se o VaR-95% for calculado supondo-se uma distribuição normal de probabilidades, $\xi(\cdot) \approx 1,65$ e $Sh' = Sh / (1,65(I/C))$.

A partir de agora, o problema resume-se em escrever uma expressão para o VaR de um portfólio composto por n ativos, utilizando-se distribuições hiperbólicas. No caso mais simples da distribuição normal, pode-se provar que se os retornos dos ativos individuais são distribuídos condicionalmente por uma normal multivariada, então a distribuição de retornos do portfólio é uma normal univariada (vide *RiskMetrics*, do Banco J.P. Morgan, 1996, Capítulo 4). Uma relação similar vale para distribuições hiperbólicas (Blaesild & Jensen, 1981). Isso leva a estabelecer a seguinte expressão para o VaR de um portfólio cujos ativos individuais sejam hiperbolicamente distribuídos:

$$VaR_{port.} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot VaR_i \cdot \rho_{ij} \cdot w_j \cdot VaR_j} \quad [16]$$

(VaR_i → VaR do ativo i)

Trata-se de uma expressão plausível, mas não rigorosamente justificada⁽²⁾. A principal razão de escrever [16] é a facilidade com que pode ser determinada a composição do portfólio que otimize a alocação de capital.

A otimização do portfólio pode ser feita escrevendo-se [15] da seguinte maneira:

$$Sh' = \frac{\langle L \rangle - r \cdot I}{VaR_{port.} \cdot I} = \frac{\langle L \rangle}{VaR_{port.} \cdot I} - r = \frac{I \cdot (ret_{port} - r)}{VaR_{port.}} \quad [17]$$

na qual ret_{port} é a taxa de retorno do portfólio, **no horizonte de tempo de um dia**, e $VaR_{port.}$ é dado por [16].

(2) Para ser rigoroso, a relação [16] vale sob as condições de que (na distribuição hiperbólica): $\delta \rightarrow \infty$ e $\delta/\alpha \rightarrow \sigma^2$, em que σ^2 é a variância dos retornos do ativo ou portfólio em questão. Nessas condições, a distribuição hiperbólica, caracterizada por α , β , δ e μ , **reduz-se** a uma distribuição gaussiana, caracterizada por μ (média) e σ (desvio-padrão).

Da teoria das carteiras, o retorno do portfólio é dado por [1]. Como dito anteriormente, o problema da alocação eficiente de capital consiste em determinar a composição de ativos do portfólio que maximize [17]. Uma maneira alternativa de fazer isso é fixar o retorno para a carteira (definir um **retorno-alvo**) e minimizar o VaR dela, obtendo-se assim a chamada **fronteira eficiente** do portfólio. A título de exemplo, o tópico seguinte será dedicado à determinação da fronteira eficiente de uma carteira fictícia.

A FRONTEIRA EFICIENTE DE UM PORTFÓLIO FICTÍCIO

Considere-se o portfólio composto pelos ativos A, B, C e D:

- A = Ação ACES4
- B = Ação ARCZ6
- C = Ação CMIG4
- D = Ação CSNA3

Procura-se, então, determinar a fronteira eficiente dessa carteira, nos casos de distribuições gaussianas e hiperbólicas. Para tanto, para cada retorno-alvo fixado tem-se de minimizar [16], utilizando cada uma dessas distribuições. No primeiro caso, mais simples, basta a determinação da variância de retornos e dos retornos médios de cada ativo individualmente. No segundo, entretanto, o procedimento é bem mais complicado. No artigo *Sobre o calculo do "value at risk" usando distribuições hiperbólicas: uma abordagem alternativa* (Cassettari, 2001), foi implementada uma abordagem simplificada para a determinação da distribuição hiperbólica de cada ativo individual. Os resultados dessa implementação estão resumidos na tabela a seguir, bem como os retornos e volatilidades estimados para esses ativos. Nas figuras de 1 a 14 constam os gráficos das distribuições hiperbólica e gaussiana do capital alocado por ativo na carteira, para os níveis de confiança de 95% e 99%.

Parâmetros dos Ativos Individuais que Compõem a Carteira

Parâmetros	Ativo			
	A	B	C	D
Retorno Médio * (diário)	0,00092	0,00104	0,001125	0,001083
Volatilidade Média ** (diária)	0,04168	0,03833	0,03964	0,03020
VaR *** 99% - Hiperbólica (diário)	0,115	0,0958	0,0853	0,0902
VaR *** 99% - Gaussiana (diário)	0,0971	0,0892	0,0923	0,0703
VaR *** 95% - Hiperbólica (diário)	0,0784	0,0615	0,0526	0,0593
VaR *** 95% - Gaussiana (diário)	0,0687	0,0632	0,0654	0,0498
α	44,68	47,84	49,70	54,40
β	-0,50	-0,75	0,00063	-1,845
δ	0,0111	0,00209	0,010	0,00919
μ	0,0015	0,0116	0,0147	0,00785

Notas: * Os valores desses retornos são puramente hipotéticos.

** As volatilidades são estimadas como o desvio-padrão dos retornos observados em um período razoavelmente longo de tempo.

*** Nesta tabela, todos os VaR foram calculados segundo o método descrito em Cassettari (2001).

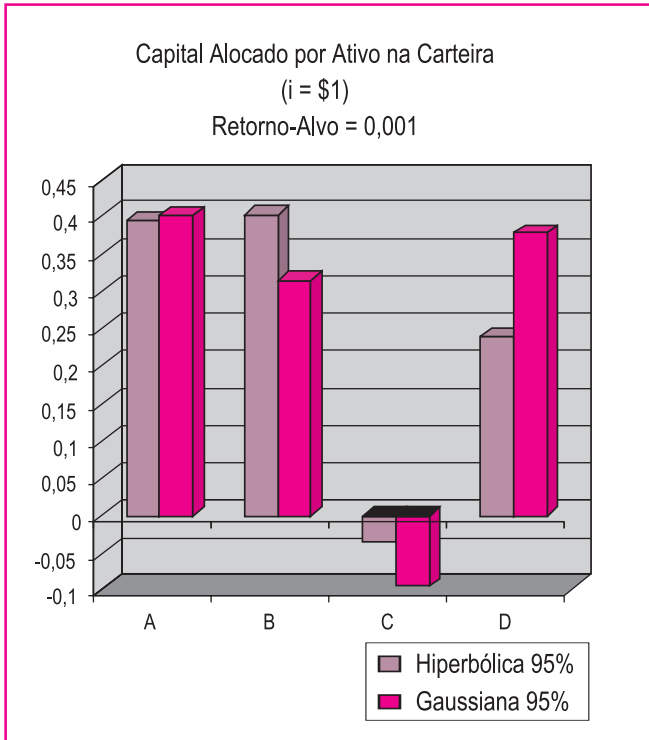


Figura 1: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno-Alvo = 0,001

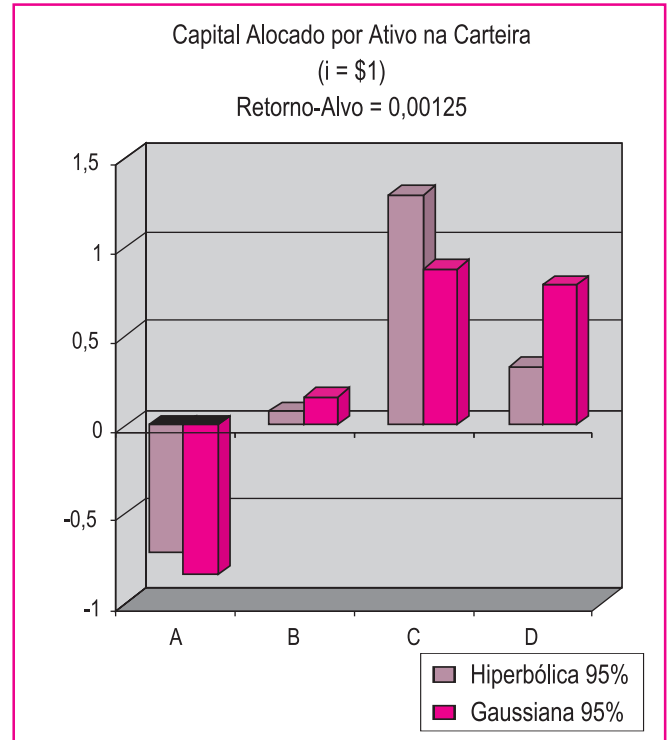


Figura 2: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno-Alvo = 0,00125

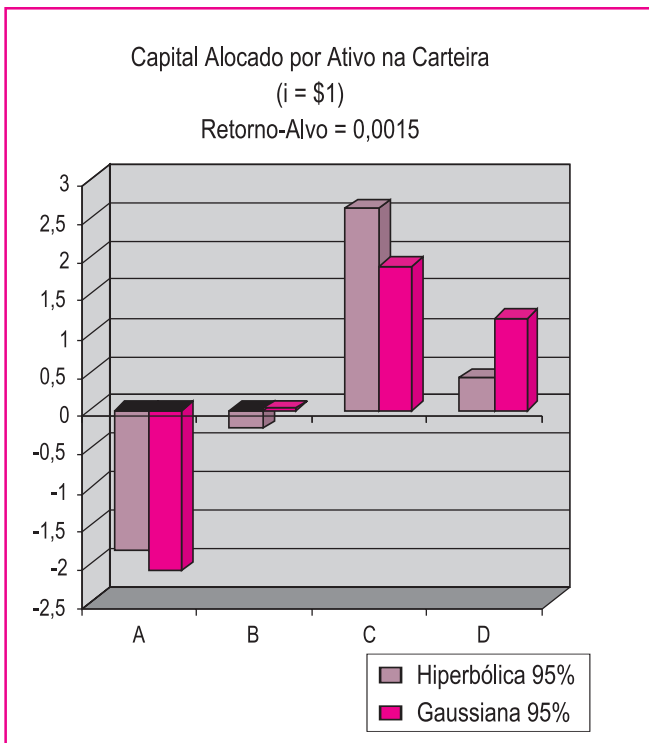


Figura 3: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno-Alvo = 0,0015

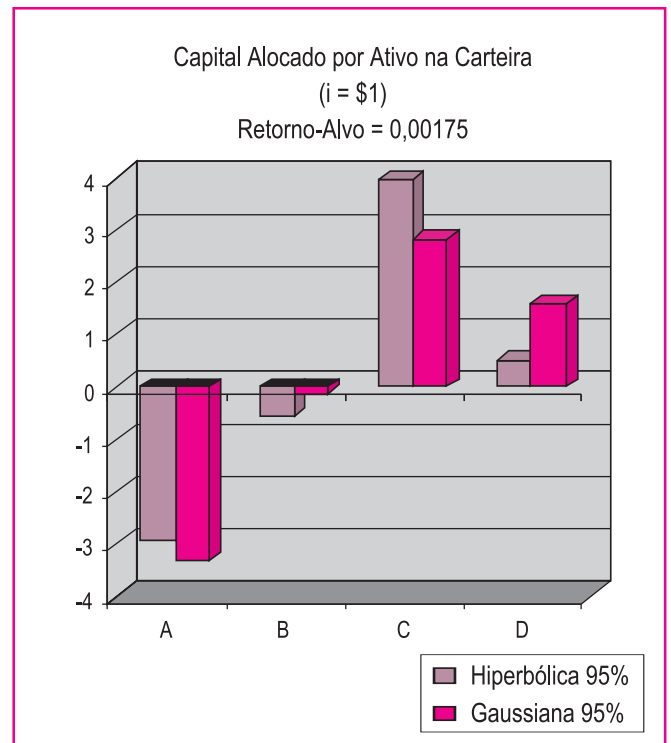


Figura 4: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno-Alvo = 0,00175

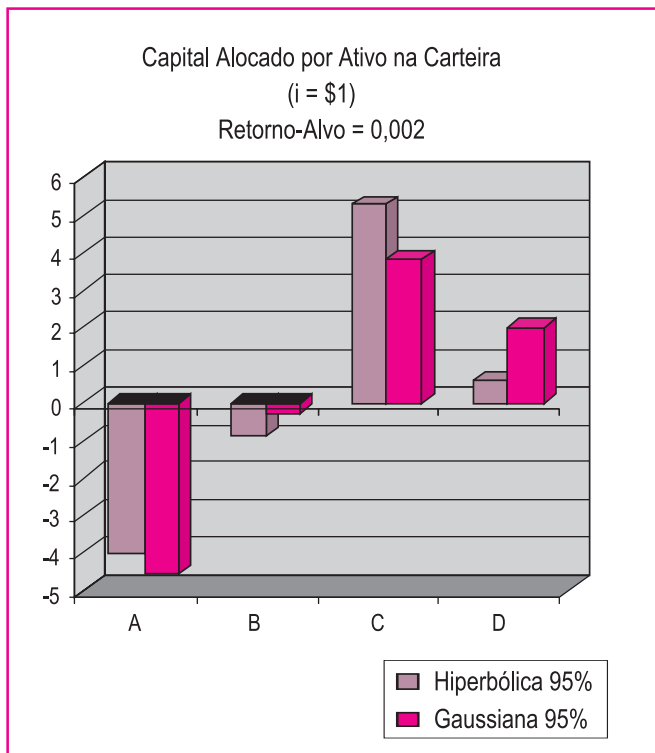


Figura 5: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno Alvo = 0,002

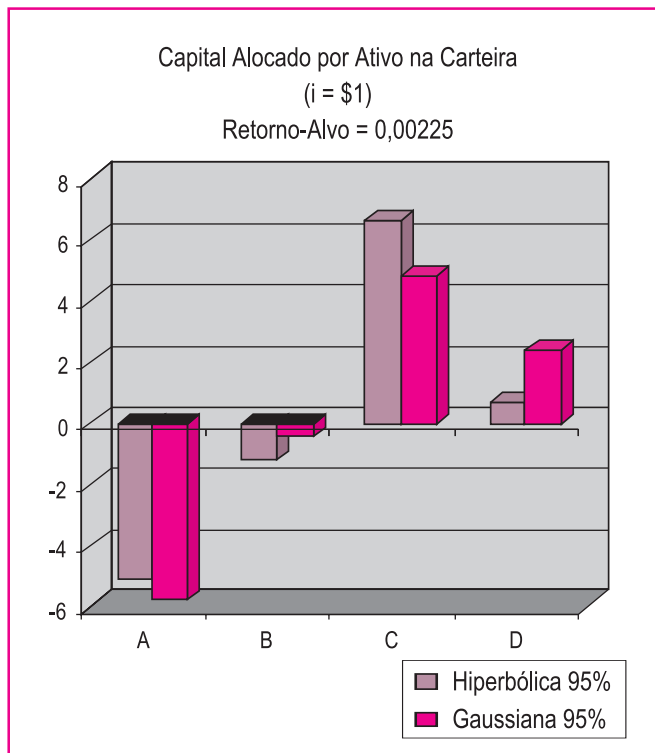


Figura 6: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno-Alvo = 0,00225

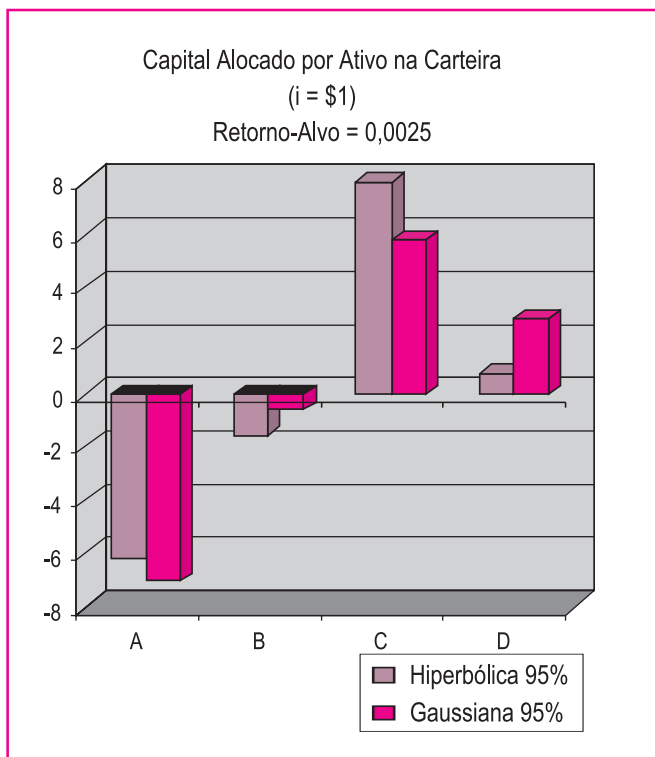


Figura 7: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 95%
Retorno Alvo = 0,0025

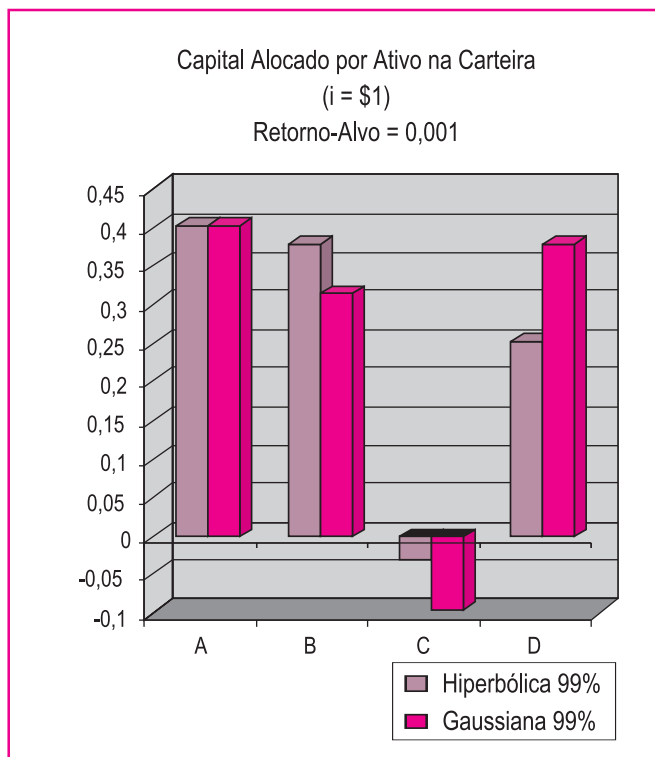


Figura 8: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,001

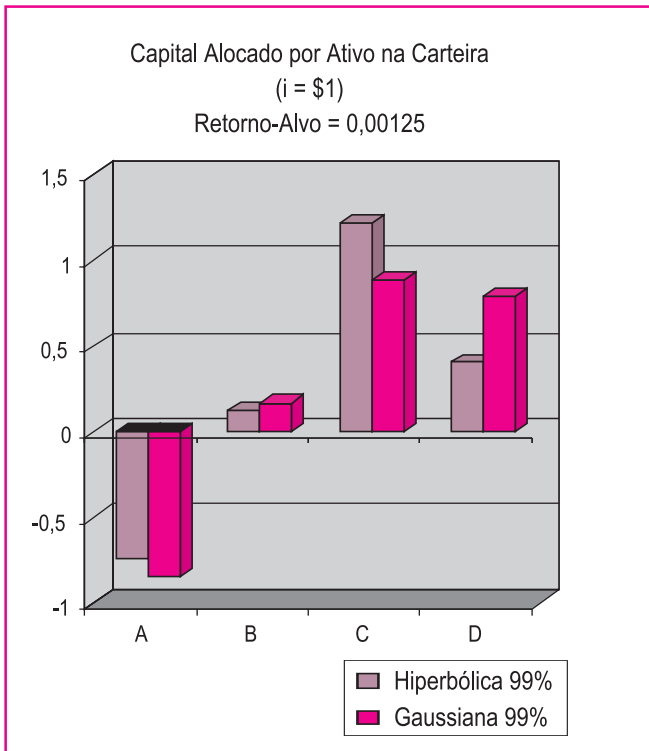


Figura 9: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,00125

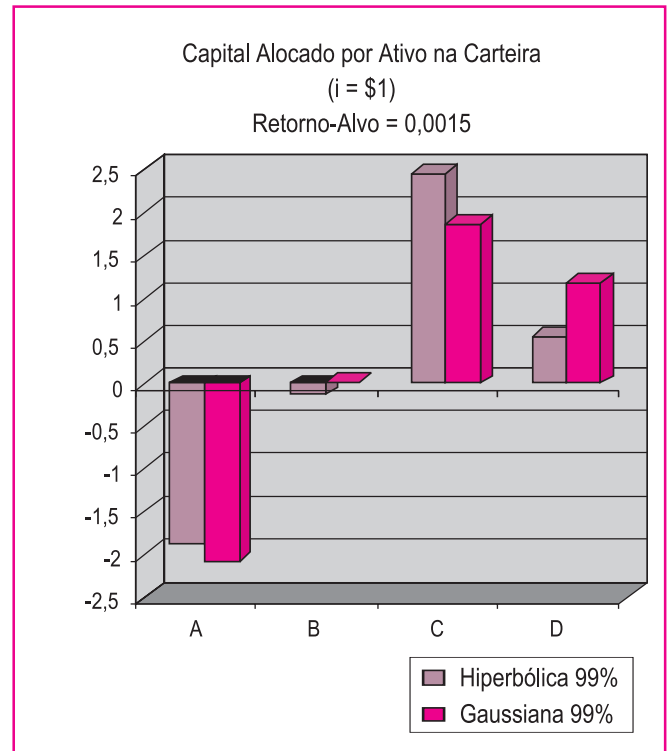


Figura 10: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,0015

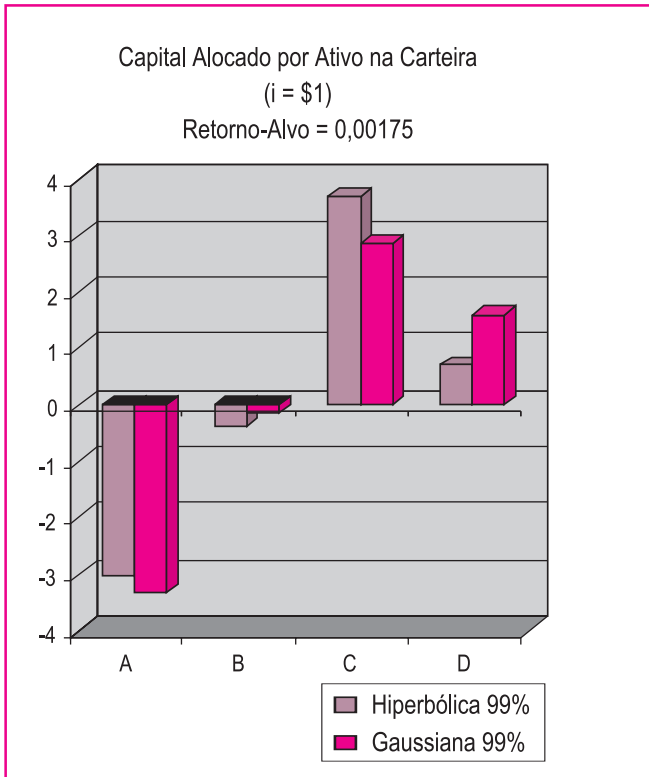


Figura 11: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,00175

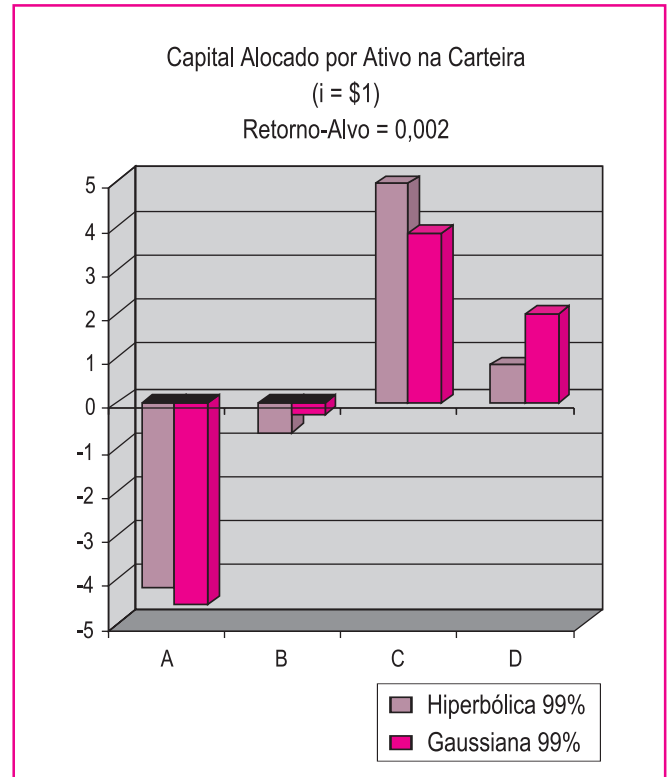


Figura 12: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,002

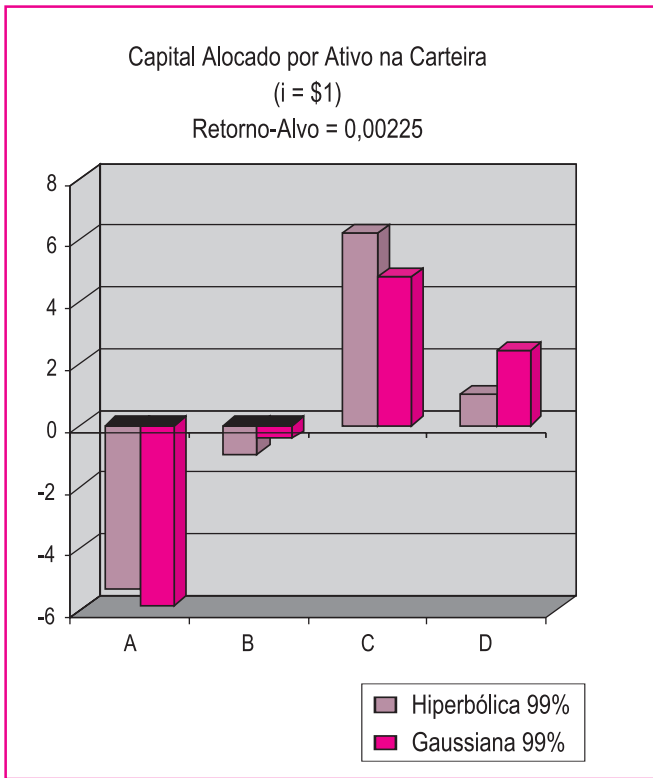


Figura 13: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,00225

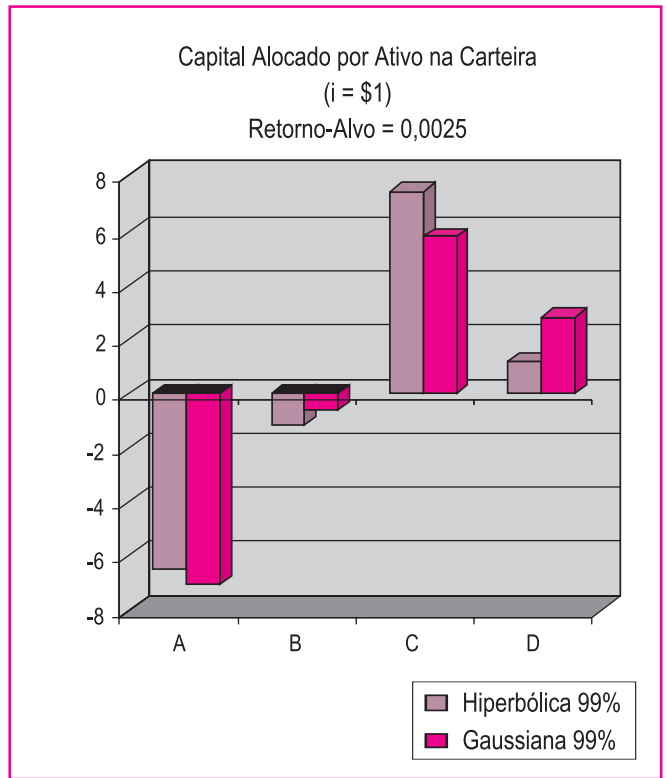


Figura 14: Capital Alocado por Ativo
Nível de Confiança de 99%
Retorno-Alvo = 0,0025

As figuras 15 e 16 mostram a fronteira eficiente de ativos, calculada supondo-se as duas distribuições (para ambas as figuras, capital alocado = $I = \$ 1$).

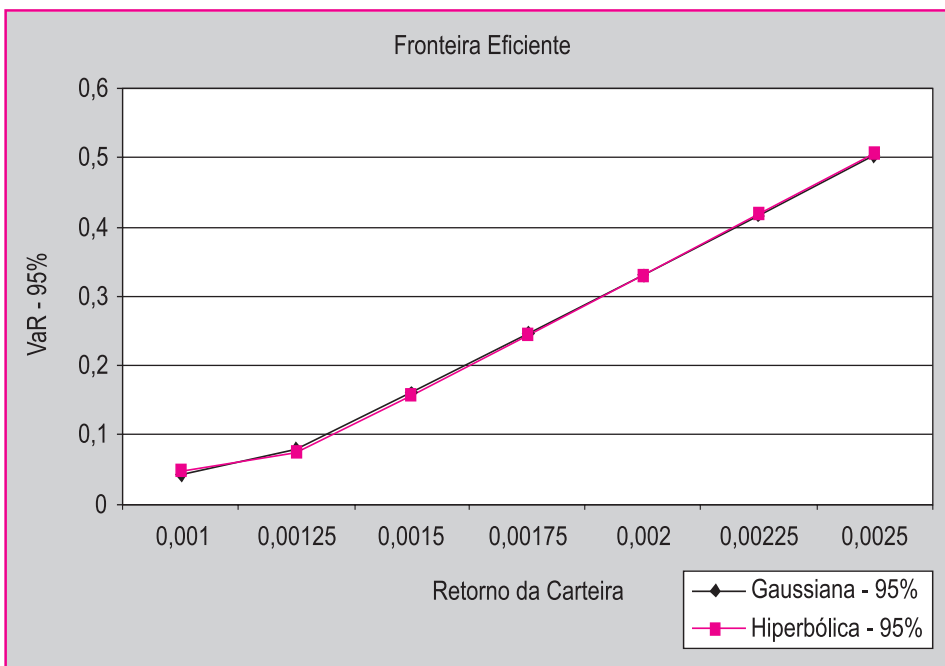


Figura 15: Fronteira Eficiente de Ativos — Nível de Probabilidade de 95%

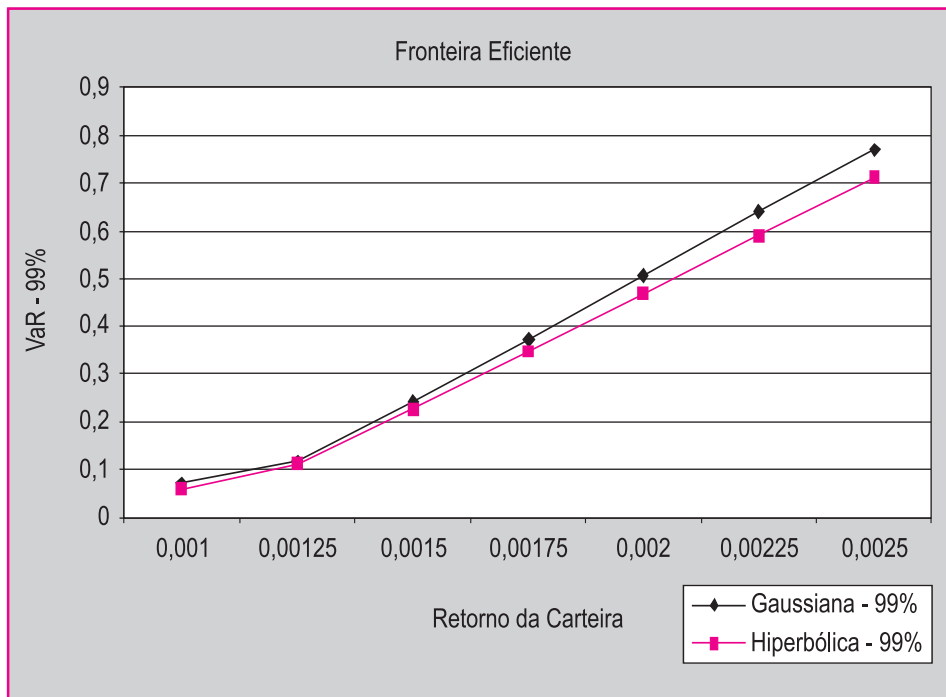


Figura 16: Fronteira Eficiente de Ativos — Nível de Probabilidade de 99%

A observação das figuras permite concluir que, apesar de o risco do portfólio ($VaR_{port.}$) não diferir muito quando se usa distribuições gaussianas (ou a teoria de Markowitz) ou hiperbólicas (figuras 19 e 20), em algumas situações as alocações de capital sobre os ativos individuais da carteira diferem de forma não desprezível. Isso ocorre principalmente quando o retorno-alvo é muito elevado (figuras 17 e 18). É importante notar, também, que a determinação da fronteira eficiente foi feita admitindo-se que sejam permitidas carteiras alavancadas. Por isso, alguns ativos apresentaram pesos **negativos**.

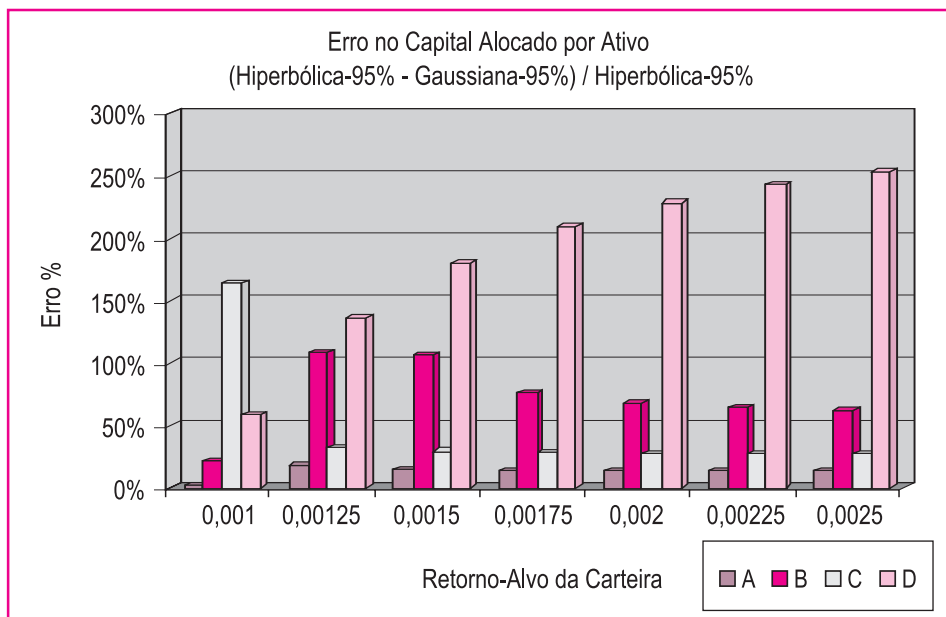


Figura 17: Diferença na Composição da Carteira — Nível de Probabilidade de 95%

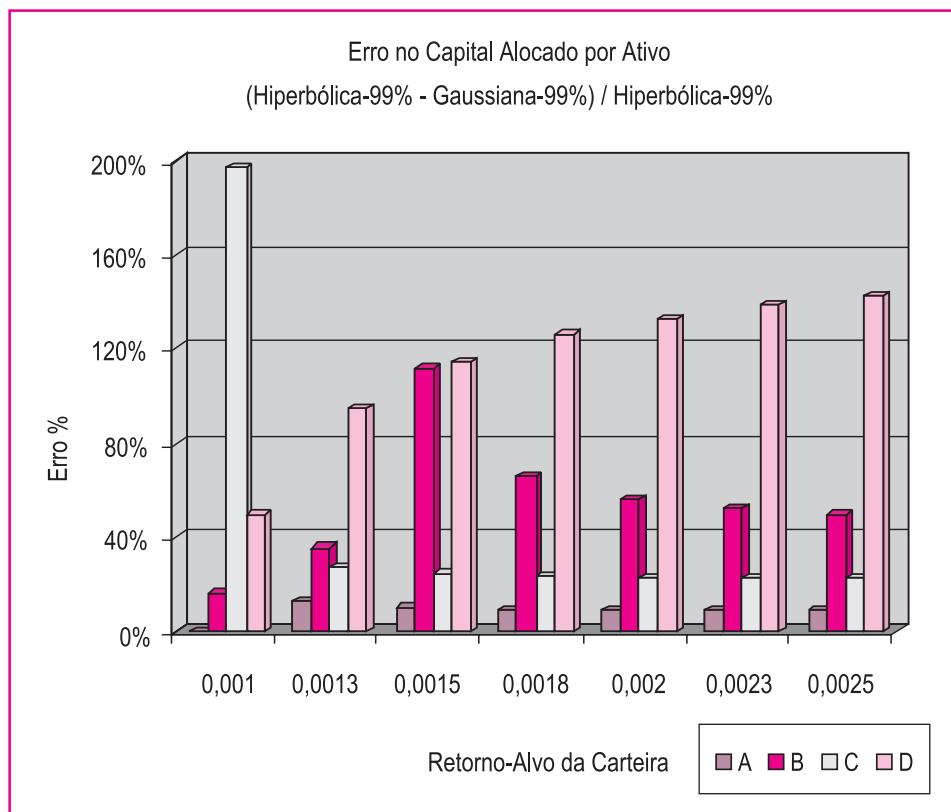


Figura 18: Diferença na Composição da Carteira — Nível de Probabilidade de 99%

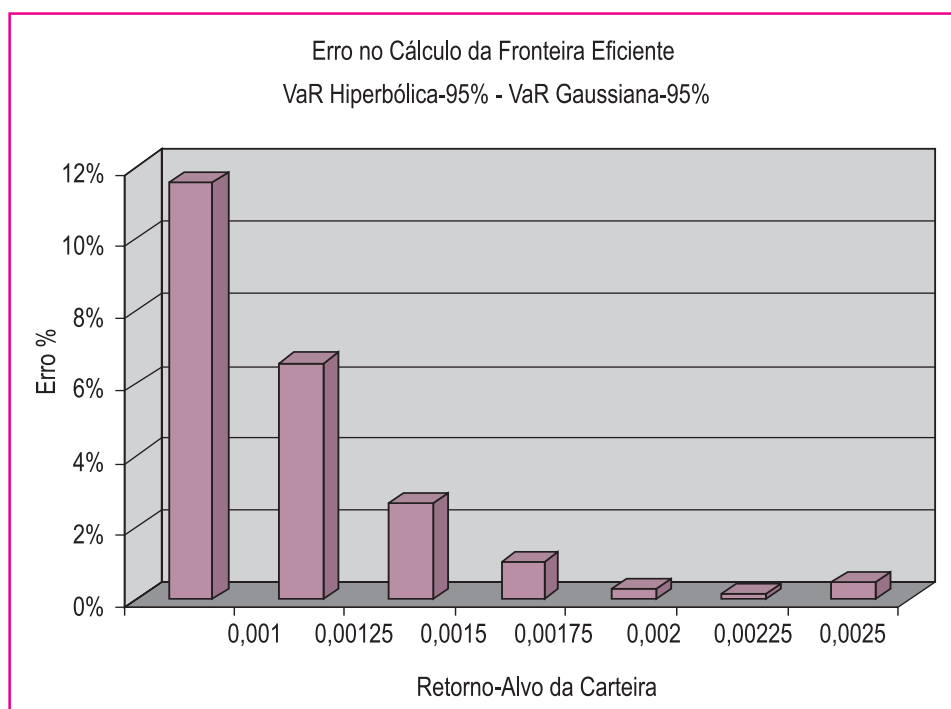


Figura 19: Diferença na Fronteira Eficiente — Nível de Probabilidade de 95%

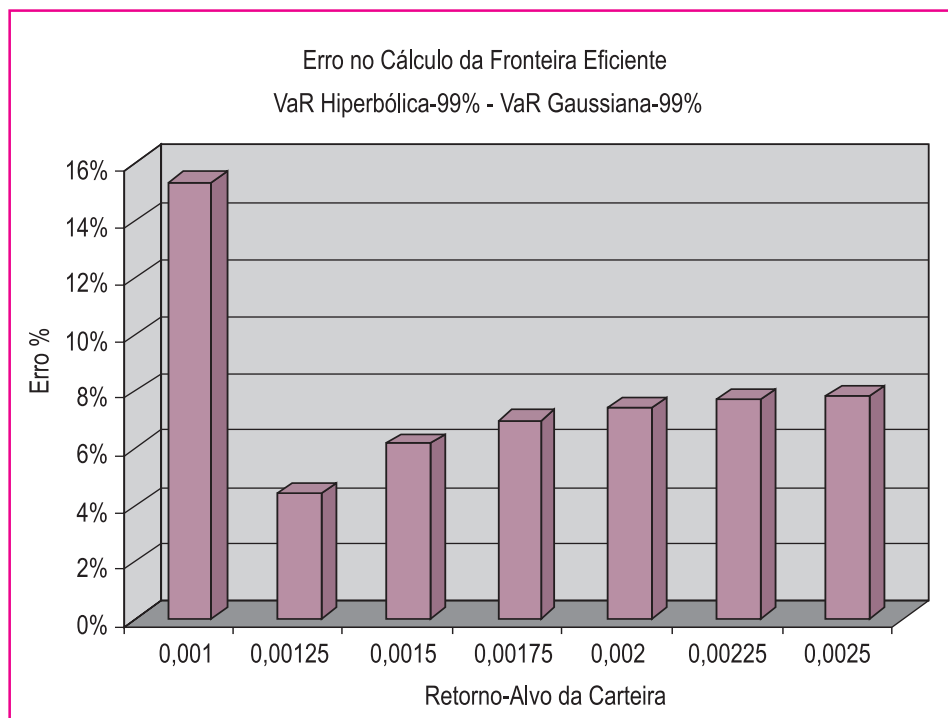


Figura 20: Diferença na Fronteira Eficiente — Nível de Probabilidade de 99%

Dados históricos

Foram utilizados os retornos diários (logaritmos) das ações da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa) correspondentes aos seguintes períodos:

- A = Ação ACES4 01/07/1996 — 27/03/2000
- B = Ação ARCZ6 01/07/1996 — 30/12/1999
- C = Ação CMIG4 01/07/1996 — 30/12/1999
- D = Ação CSNA3 01/07/1996 — 30/12/1999

Nas figuras 21, 22, 23 e 24 constam as comparações entre as distribuições empírica, hiperbólica e gaussiana de cada um desses ativos.

As correlações estimadas para os ativos utilizados foram as que constam no quadro a seguir.

Matriz de Correlação

Ativo	A	B	C	D
A	1	0.125803	0.405313	0.263272
B	0.125803	1	0.216858	0.144988
C	0.405313	0.216858	1	0.391812
D	0.263272	0.144988	0.391812	1

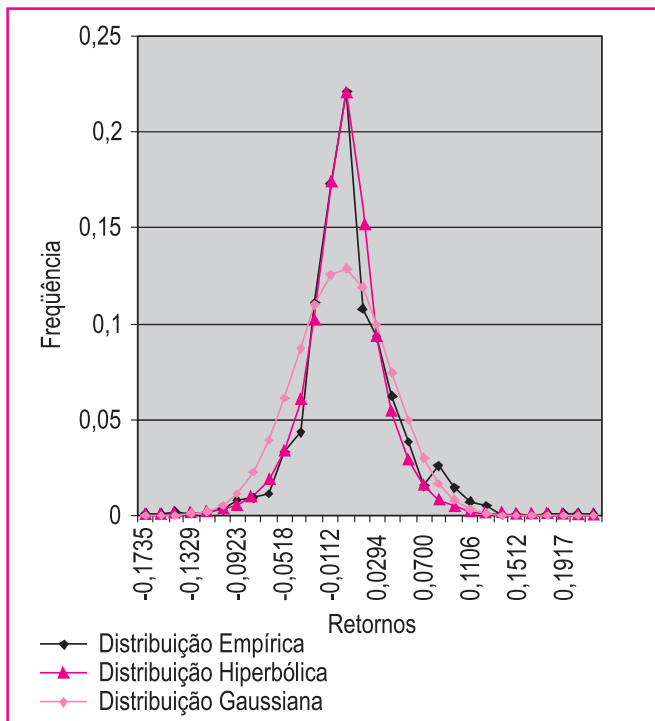


Figura 21: Ativo ACES4 — Comparação entre as Distribuições Empírica, Hiperbólica e Gaussiana

Fonte: Cassettari (2001:112)

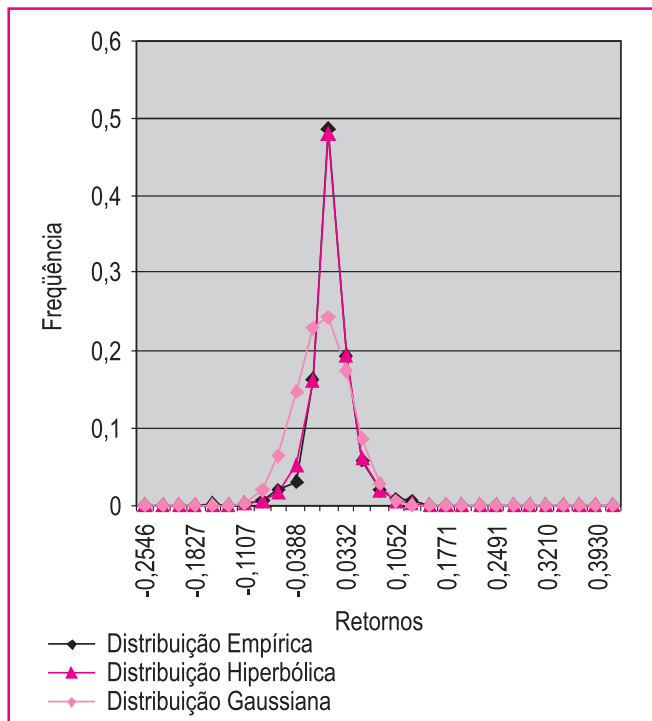


Figura 22: Ativo ARCZ6 — Comparação entre as Distribuições Empírica, Hiperbólica e Gaussiana

Fonte: Cassettari (2001:112)

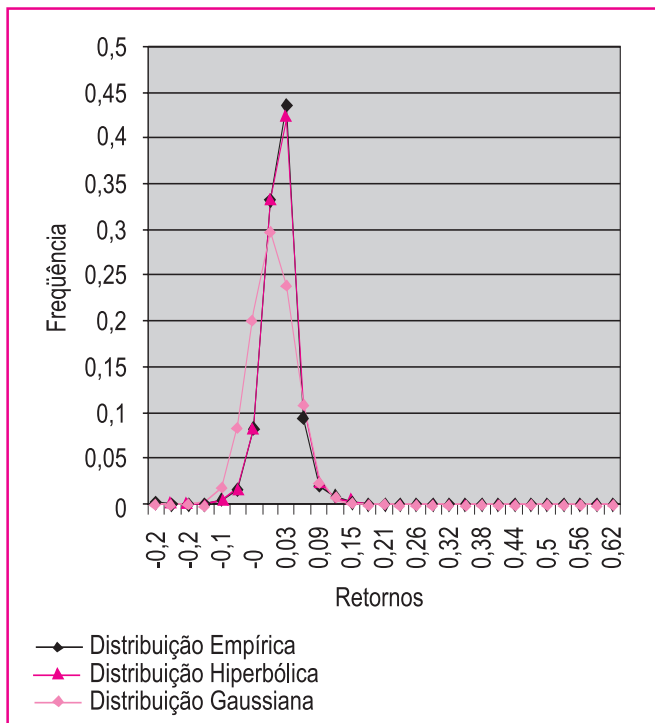


Figura 23: Ativo CMIG4 — Comparação entre as Distribuições Empírica, Hiperbólica e Gaussiana

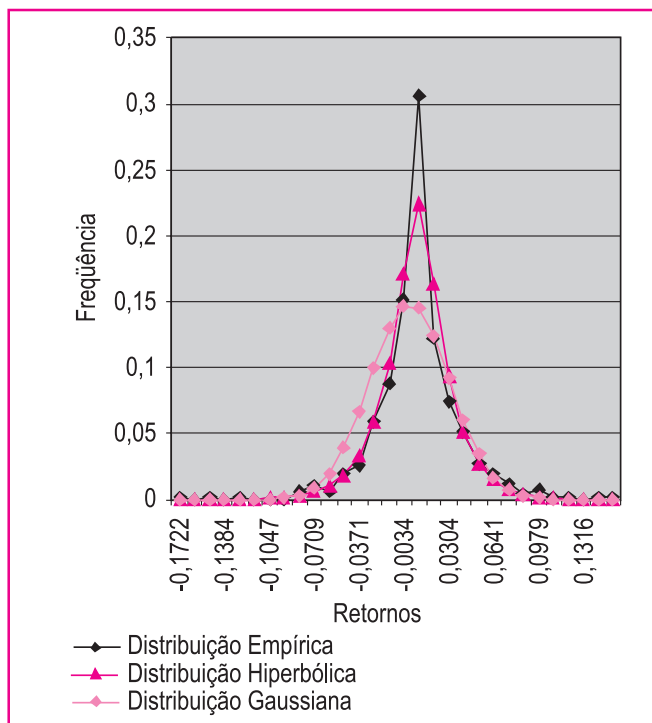


Figura 24: Ativo CSNA3 — Comparação entre as Distribuições Empírica, Hiperbólica e Gaussiana

Fonte: Cassettari (2001:113)

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Neste trabalho, procurou-se obter uma mais realística alocação ótima de capital em carteiras compostas por ativos de elevada volatilidade. Como foi dito, após quase 50 anos a teoria de Markowitz não mereceu radicais alterações. Entretanto, no contexto da administração de carteiras, a utilização da variância como medida de risco apresenta alguns inconvenientes. O mais forte deles é a impossibilidade de se considerar um **nível de tolerância** para o investidor, ou seja, a máxima perda que ele estaria disposto a aceitar. Assim, na abordagem implementada aqui, procurou-se preservar o cerne da Moderna Teoria das Carteiras, com ligeiras alterações. A principal delas foi o uso de distribuições hiperbólicas e do conceito de *Value at Risk*. Como consequência, pôde-se observar que a **fronteira eficiente** do portfólio analisado é bastante similar nas duas abordagens (a teoria de Markowitz e a implementada aqui). Ao nível de confiança de 95% os valores são muito próximos (figura 19). A maior diferença é observada com 99% de confiança (figura 20). No entanto, a composição da carteira (porcentagem de participação de cada ativo) é consideravelmente diferente. Uma explicação para os fatos acima citados deve ser buscada nas próprias características da distribuição hiperbólica. Dentre essas características, sem dúvida a mais marcante é o comportamento das **caudas** da distribuição. Como o *Value at Risk* é essencialmente um percentil, obviamente a forma das caudas terá grande relevância no resultado final. Ademais, o uso de hiperbólicas fornece uma ferramenta poderosa para uma mais correta modelagem das peculiaridades das distribuições empíricas de cada ativo. Portanto, em princípio, a alocação obtida aqui deve, de fato, ter um pouco mais de realismo do que a da otimização via Markowitz. Contudo, o problema ainda está longe de ser resolvido mais exatamente, pois demandaria a determinação da dependência temporal dos diversos parâmetros da distribuição em uso (em particular, a hiperbólica), o que, indiscutivelmente, é uma questão difícil. ♦

RESUMO

Neste artigo, implementa-se um tratamento mais realista da alocação eficiente de capital em carteiras compostas por ativos de elevada volatilidade, utilizando-se o conceito de *Value at Risk* (VaR), distribuições hiperbólicas, juntamente com a Moderna Teoria das Carteiras. O modelo desenvolvido foi aplicado a um portfólio fictício composto exclusivamente por ações negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa). Os resultados mostraram que, a despeito de o **risco** do portfólio não diferir substancialmente entre as duas metodologias (a da teoria de Markowitz e a deste trabalho), a alocação ótima (composição da carteira) obtida pelo método desenvolvido é consideravelmente diferente da alcançada pela teoria de Markowitz em algumas situações.

Palavras-chave: alocação eficiente de capital, teoria de Markowitz, moderna teoria das carteiras, *value at risk*, distribuição hiperbólica.

ABSTRACT

In this paper, a more realistic treatment of the efficient capital allocation in portfolios composed by high volatility assets is implemented, using the Value at Risk (VaR) concept, hyperbolic distributions, altogether with the Modern Theory of the Portfolios. The developed model was applied to a fictitious portfolio composed exclusively by shares negotiated in the stock exchange of the State of São Paulo (Bovespa). The results showed that, in spite of the risk of the portfolio not to differ substantially between the two methodologies (the theory of Markowitz and the one of this work), the optimal allocation (composition of the portfolio) obtained by the developed method is considerably different from the obtained by the theory of Markowitz in some situations.

Uniterms: efficient capital allocation, theory of Markowitz, modern theory of the portfolios, value at risk, hyperbolic distribution.

RESUMEN

En este artículo, se implementa un tratamiento más realista de la asignación eficiente de capital en carteras compuestas por activos de elevada volatilidad, utilizándose el concepto de Value at Risk (VaR), distribuciones hiperbólicas, junto con la Moderna Teoría de las Carteras. El modelo desarrollado fue aplicado a un portfolio ficticio compuesto exclusivamente por acciones negociadas en la Bolsa de Valores del Estado de São Paulo (Bovespa). Los resultados mostraron que, a pesar de que el riesgo del portfolio no difería substancialmente entre las dos metodologías (la de la teoría de Markowitz e la de este trabajo), la asignación óptima (composición de la cartera) obtenida por el método desarrollado es considerablemente diferente de la alcanzada por la teoría de Markowitz en algunas situaciones.

Palabras-clave: asignación eficiente de capital, teoría de Markowitz, moderna teoría de las carteras, value at risk, distribución hiperbólica.

REFERÊNCIAS
BIBLIOGRÁFICAS

- BANCO J.P. MORGAN. *RiskMetrics*. New York, J.P.Morgan/Reuters, 1996. [Technical Document]
- BERNSTEIN, P.L. *Capital ideas*. New York, Free Press, 1992.
- BLAESILD, P. & JENSEN, J.L. Multivariate distributions of hyperbolic type. In: *Statistical Distribution in Scientific Work*. Dordrecht, Reidel, 1981. [v.4]
- CASSETTARI, A. Sobre o cálculo do "value at risk" usando distribuições hiperbólicas: uma abordagem alternativa. *Revista de Administração da USP (RAUSP)*, v.36, n.2, p.103-116, abr./jun. 2001.
- MARKOWITZ, H. *Portfolio selection*. New York, John Wiley & Sons, 1952.
- SHARPE, W.F. *Investments*. 4ª ed. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1989.
- SHEPHEARD-WALWYN, T. & LITTERMAN, R. Building a coherent risk measurement and capital optimisation model for financial firms. *FRBNY Economic Review*, Oct. 1998.

O SERVIÇO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO DA FEA/USP INFORMA SOBRE FONTES DE ACESSO À INFORMAÇÃO:

www.usp.br/sibi

DEDALUS - Banco de Dados Bibliográficos da USP

Catálogo Global - para consulta em todos os catálogos das bibliotecas

PROBE - Programa Biblioteca Eletrônica

Oferece para a comunidade científica, acadêmica e administrativa das instituições consorciadas a consulta ágil e atualizada, por meio eletrônico, a textos completos de revistas científicas internacionais através da Rede ANSP – Academic Network of São Paulo.

SCIELO – SCIENTIFIC ELECTRONIC LIBRARY ONLINE

O SCIELO é uma biblioteca virtual que abrange uma coleção selecionada de periódicos científicos brasileiros

www.periodicos.capes.gov.br

Professores, pesquisadores, alunos e funcionários de mais de 70 instituições de ensino superior e de pesquisa de todo o País têm agora acesso imediato à produção científica mundial atualizada.

www.saber.usp.br

BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES

Texto completo de teses e dissertações defendidas na USP