
Um modelo quantitativo de um fundo de capitalização

*Antonio Fernando dos Santos Penna
Marcus Alexandre de Souza Moraes*

O sistema previdenciário brasileiro é constituído pelo tripé: sistema previdenciário oficial (funcionários públicos e do setor privado), entidades abertas de previdência privada e entidades fechadas (Montoro Filho & Porto, 1982:24 e 188; Nogueira, 1985:13).

Formado pelo Regime Geral de Previdência Social (RGPS), o sistema previdenciário oficial foi instituído há muitas décadas. A base desse sistema está no princípio do **pacto das gerações**, segundo o qual os funcionários ativos (de fato, os mais jovens) custeiam a aposentadoria dos mais velhos; aqueles, por sua vez, quando se aposentam, são custeados pela nova geração dos jovens. Isso deu origem ao chamado **regime de repartição** (Montoro Filho & Porto, 1982:54; Nogueira, 1985:38), que foi factível no passado, por muitos anos, porque o número de participantes crescia mais rapidamente do que o número de aposentados, somado à baixa longevidade da população (Cepal, 1996:72; Allen *et alii*, 1994:9).

O sistema previdenciário privado é formado pelas entidades abertas e fechadas de previdência. Originariamente, a maioria de suas patrocinadoras optou pelo regime de benefício definido (Allen *et alii*, 1994:75), no qual o participante recebe uma aposentadoria predeterminada, que é independente do volume de recursos acumulados pelos contribuintes do fundo (participante e empregador). Como deixaram de existir as condições específicas que permitiram a sobrevivência do fundo no passado, muitas dessas patrocinadoras migraram para o regime de contribuição definida (Allen *et alii*, 1994:77), no qual o benefício da aposentadoria decorre principalmente do valor acumulado na conta individual do participante no fundo.

No mundo inteiro, o regime de repartição tem-se mostrado instável (Gustafsson & Klevmarken, 1989:5). Algumas nações, como Chile e Argentina, tomaram consciência desse problema já há algum tempo; outras, só bem recentemente; e grande número ainda não acordou para o problema. No Brasil, essa discussão só teve início recentemente e um encaminhamento mais técnico tem sido dificultado pela diversidade de interesses. A tendência é a mutação para um regime de capitalização, com contribuição definida, cujos recursos sejam aplicados no mercado de capitais (Montoro Filho & Porto, 1982:69; Nogueira, 1985:43; Allen *et alii*, 1994).

Recebido em setembro/1999
2ª versão em janeiro/2000

*Antonio Fernando dos Santos Penna é Engenheiro Civil, Ph.D. em Física pela University of Southern California (Estados Unidos). Exerceu atividades docentes na Universidade Federal do Rio de Janeiro, na Pontifícia Universidade Católica, na Universidade Estadual de Campinas e na Universidade Nacional de Brasília. Nos últimos anos tem-se dedicado ao estudo de modelos de gerenciamento de risco.
E-mail: afpenna@hotmail.com*

*Marcus Alexandre de Souza Moraes é Economista e Mestre em Administração pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo. Atua desde 1993 no mercado financeiro, exercendo, atualmente, a função de Gerente de Distribuição Institucional na Unibanco Asset Management.
E-mail: mamoraes@hotmail.com*

Pretende-se, com este trabalho, apresentar uma metodologia que permita obter dados quantitativos, dentro de horizonte controlável, que seja previsível, racional e auto-sustentável. A pretensão não é, absolutamente, construir um modelo definitivo para essa questão, mesmo porque não serão considerados todos os parâmetros necessários, além de os problemas serem, muitas vezes, regionais, principalmente aqueles relativos ao setor público. Contudo, quer-se contribuir para uma discussão mais técnica, menos adjetiva, que se proponha a atacar esse problema de maneira madura e confiável.

Neste trabalho, apresenta-se um modelo teórico, genérico, no qual os parâmetros pertinentes (tempo de contribuição, taxas de desconto, tempo de usufruto da aposentadoria e taxa de investimento) são tratados como variáveis independentes, podendo ser devidamente quantificados. São apresentadas algumas tabelas ilustrativas, com dados numéricos, que permitem salientar a potencialidade da metodologia.

MODELO DE FUNDO DE CAPITALIZAÇÃO

Considerar-se a a situação de um cidadão que entra hoje no sistema previdenciário, contribui para a aposentadoria por N meses, aposenta-se na idade apropriada e pretende usufruir da aposentadoria por mais n meses previamente determinados. O propósito é determinar a taxa justa de contribuição a ser aplicada, se a contribuição mensal desse cidadão fosse constituída em um fundo de capitalização (contribuição definida) aplicado no mercado financeiro. Taxa justa não no sentido de um predicado de justiça, mas no de uma alíquota que faça com que os recursos acumulados durante os N meses de contribuição se esgotem por ocasião do vencimento dos n meses do usufruto previamente estabelecidos, sem deixar superávit ou déficit para a patrocinadora. Note que a especificação antecipada do tempo de usufruto é fundamental para a previsão do pagamento; entretanto, se a morte ocorrer antes do tempo preestabelecido, a patrocinadora herdará o saldo do fundo. Ainda mais, será considerada a situação em que o **patrocinador contribui com zero**⁽¹⁾ para o fundo, ou seja, este será exclusivamente constituído de contribuições do participante.

Se o investimento for feito à taxa anual t de juros, com capitalização mensal (D'Ambrósio & D'Ambrósio, 1973:175), após N meses de aplicação o saldo S_0 disponível no fundo de investimento será dado pela relação (Hardy, 1967:149)

$$S_0 = u \cdot (1 + j + j^2 + \dots + j^{N-1}) = u \cdot \frac{(j^N - 1)}{j - 1} \quad [1]$$

na qual u é a contribuição mensal e $j = 1 + t/12$ é o rendimento bruto mensal. Ve-se que o saldo da aplicação é proporcional à contribuição e não ao salário. Se a contribuição fosse uma função linear do salário, o saldo seria também função linear do salário. Não é o que ocorre com sistemas em que as taxas de contribuição são progressivas, isto é, salários mais altos pagam alíquotas maiores. Isso pode constituir uma aberração, do ponto de vista exclusivamente do fundo, pois esse saldo deveria cobrir o pagamento do contribuinte após a aposentadoria e, conseqüentemente, ser proporcional ao salário. O gráfico 1 mostra o valor do saldo relativo ao desconto (S_0/u) em virtude dos anos de contribuição: após 40 anos de contribuição, capitalizada mensalmente a 6% ao ano, o saldo no fundo será duas mil vezes o valor da contribuição mensal.

SALDO APÓS O USUFRUTO DA APOSENTADORIA

Será examinado a seguir se esse saldo do fundo seria suficiente para cobrir as despesas com a aposentadoria, considerando que o aposentado receberia uma aposentadoria no valor do salário X e, ao mesmo tempo, continuaria descontando a sua contribuição no mesmo valor u anterior. Se o saldo do fundo, ao mesmo tempo em

(1) Se, por força de lei, o empregador for obrigado a contribuir com alguma fração, os valores da contribuição a deduzir deverão ser apropriadamente compartilhados entre empregador e contribuinte.

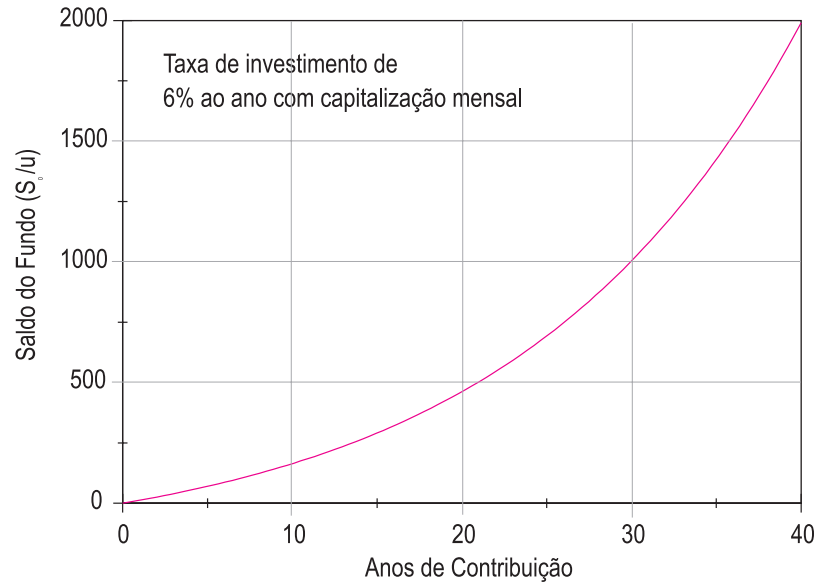


Gráfico 1: Saldo Individual do Fundo de Capitalização em Unidades do Valor da Contribuição

que pagar o salário do aposentado, continuar a render juros ($t\%$ ao ano), o saldo final S_n do aposentado no fundo de capitalização, após n meses de recebimento (ou de aposentadoria), seria dado por⁽²⁾

$$S_n = S_0 \cdot j^n + (u - X)(1 + j + j^2 + \dots + j^{n-1}) = S_0 \cdot j^n + (u - X) \cdot \frac{(j^n - 1)}{j - 1} \quad [2]$$

na qual S_0 é o saldo do fundo no início da aposentadoria, dado por [1], u é a contribuição mensal e X o salário mensal. Designando por λ a contribuição relativa do salário ($\lambda = u/X$) e utilizando a relação [1] resulta

$$S_n = X \left[\lambda j^n \frac{(j^n - 1)}{j - 1} + (\lambda - 1) \frac{(j^n - 1)}{j - 1} \right] \quad [3]$$

Após N meses de contribuição como funcionário e outros n meses de usufruto da aposentadoria, o saldo S_n pode ser positivo, negativo ou nulo, dependendo do valor percentual da contribuição λ . Isso fica bem ilustrado no gráfico 2, em que consta o saldo final relativo ao saldo do início da aposentadoria (S_n/S_0) após 40 anos de contribuição, para três valores da taxa de contribuição λ (6%, 10% e 16%). Observe que seria possível uma aposentadoria igual ao salário, por qualquer tempo, para contribuição de 10% (curva B) ou acima do salário (curva C) para contribuição de 16%, após 40 anos de contribuição⁽³⁾. Entretanto, para contribuição de 6% (curva A), a aposentadoria integral só seria possível durante aproximadamente 17 anos; a partir desse tempo, o saldo final tornar-se-ia negativo.

O VALOR JUSTO DA CONTRIBUIÇÃO

Para evitar sobretaxação do contribuinte, o ideal é que a contribuição seja justa, isto é, que o saldo final seja nulo após o término do tempo designado de aposentadoria. Igualando a zero a relação [3], encontra-se

$$(1 - \lambda) \frac{(j^n - 1)}{j - 1} = \lambda \cdot j^n \cdot \frac{(j^n - 1)}{j - 1} \rightarrow \lambda_{n/N} = \frac{u}{X} = \frac{(j^n - 1)}{(j^{N+n} - 1)} \quad [4]$$

(2) Esse resultado é uma aplicação da relação [1], com capital inicial S_0 , na qual o fundo de capitalização recebe, mensalmente, uma contribuição u e paga um usufruto X , por um período consecutivo de n meses.

(3) Na realidade, após 40 anos de contribuição, é possível obter uma aposentadoria igual ao salário, por tempo ilimitado, com um desconto de 9,13%, como pode ser observado na relação [4], com $n = \infty$, $j = 1,005$ e $N = 480$.

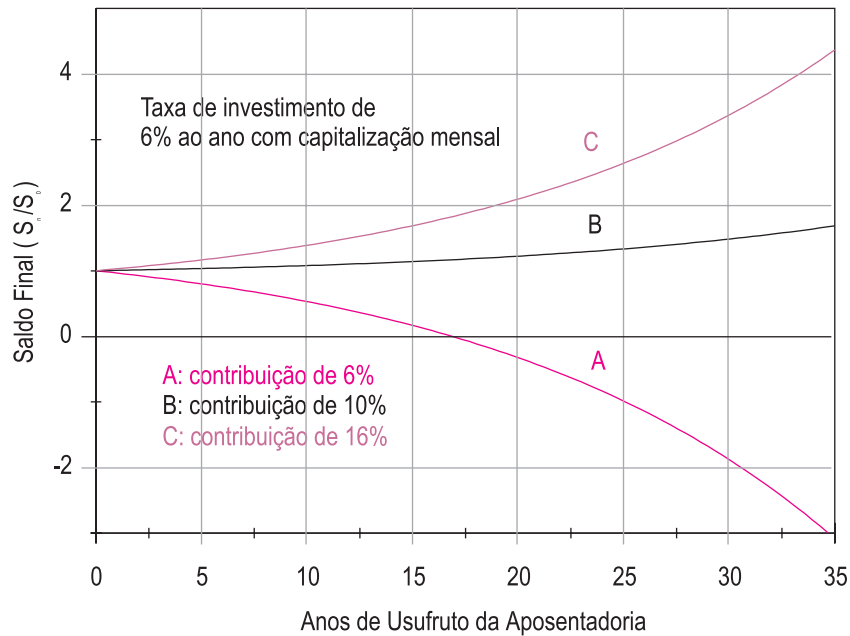


Gráfico 2: Saldo Final em Termos do Saldo Inicial Após 40 Anos de Contribuição para o Fundo

a qual dá a taxa percentual da contribuição (desconto relativo ao salário) justa necessária para manter uma aposentadoria igual ao salário inicial, após N meses de contribuição mais n meses de usufruto da aposentadoria. Esse valor da contribuição [4] mantém o fundo individual auto-sustentável, com saldo zero no final, sem necessidade de contribuição do empregador.

A expressão [4] mostra a importância que têm o tempo de acumulação (N) e o tempo de usufruto da aposentadoria (n). É possível estudar vários cenários. Para $N/n < 1$, a contribuição relativa do salário cresce rapidamente à medida que a razão diminui e vice-versa, ou seja, para $N/n > 1$, a contribuição decresce rapidamente à medida que a razão aumenta. Dois casos são particularmente interessantes: primeiramente, para usufruir da aposentadoria por 35 anos ($n = 420$), a relação [4] fica

$$\lambda_{420/N} = \frac{j^{420} - 1}{j^{420+N} - 1} \quad [5]$$

o segundo caso ocorre quando o tempo de aposentadoria é igual ao tempo de contribuição ($n = N$), o que resulta em

$$\lambda_{N/N} = \frac{j^N - 1}{j^{2N} - 1} = \frac{1}{j^N + 1} \quad [6]$$

Esses dois casos são ilustrados no gráfico 3 onde, em virtude dos anos de contribuição anteriores à aposentadoria, se mostra a dependência dessa taxa de contribuição necessária para fornecer uma aposentadoria por 35 anos (curva B) ou por um tempo igual ao tempo de contribuição (curva A).

Na tabela 1 é mostrado um exemplo quantitativo da taxa justa de desconto, ilustrativo da relação [4], para várias combinações dos tempos de contribuição e de usufruto da aposentadoria, considerando uma taxa de aplicação de 6% ao ano.

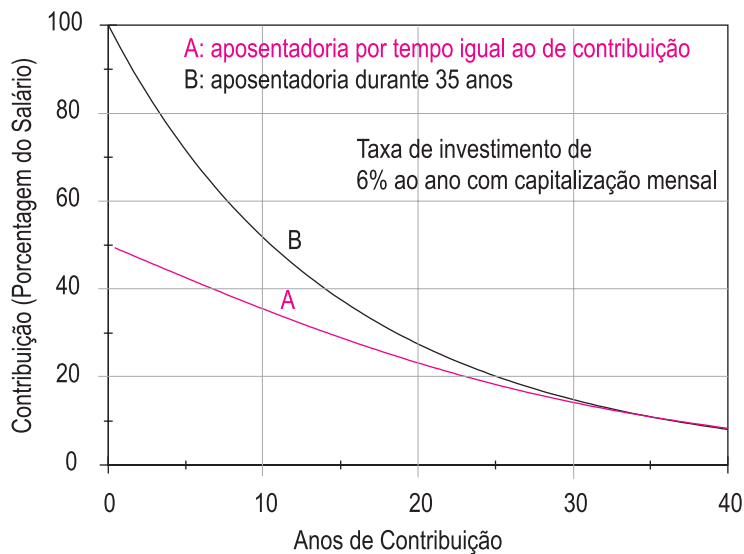


Gráfico 3: Contribuição Relativa (u/X) Justa Necessária para Aposentadoria Integral ($100 \times \lambda_n/N$)

Tabela 1

Contribuição Mínima (em Porcentagem do Salário) para Zerar o Saldo Final — Aposentadoria Integral ($t = 6\%$ ao ano)

Anos de Usufruto	Anos de Contribuição para o Fundo Anteriores à Aposentadoria							
	5	10	15	20	25	30	35	40
20	66,7	46,0	32,4	23,2	16,8	12,2	8,9	6,5
25	69,0	48,6	34,8	25,1	18,3	13,4	9,8	7,2
30	70,5	50,4	36,4	26,5	19,4	14,2	10,5	7,7
35	71,5	51,7	37,6	27,5	20,2	14,9	11,0	8,1
40	72,3	52,6	38,5	28,2	20,8	15,3	11,3	8,4

Observe a importância dramática que tem o tempo de contribuição anterior à aposentadoria comparado ao tempo de usufruto da aposentadoria: quando o primeiro se reduz de 40 para 30 anos, a contribuição relativa quase dobra (acima de 82%); quando o tempo de usufruto aumenta de 30 para 40 anos, a contribuição necessária aumenta, no máximo, 9%.

CONTRIBUIÇÃO REDUZIDA (OU AMPLIADA)

No tópico anterior foi visto que para prover uma aposentadoria integral e justa, uma vez estabelecidos a porcentagem de contribuição e o tempo de usufruto, o tempo de contribuição deverá ser rigorosamente preservado. Isso na hipótese de o fundo de capitalização ser auto-sustentável. No caso de os anos de contribuição serem insuficientes (ou excedentes), o valor da aposentadoria A deverá ser, necessariamente, diminuído (ou aumentado). Em outras palavras, se o tempo de contribuição (ou de aposentadoria) for diferente daquele previamente estipulado, o valor da aposentadoria não poderá mais ser igual ao valor do salário. Fazendo, na relação [2], $X = A$ e $u = \lambda A$, resulta

$$S_n = S_0 \cdot j^n + A(\lambda - 1) \frac{j^n - 1}{j - 1} \quad [7]$$

Substituindo, na última relação, o S_0 dado por 1, com $u = \lambda X$, igualando a zero e resolvendo para A, encontra-se

$$A = \frac{\lambda \cdot X}{1 - \lambda} \cdot \frac{j^n (j^N - 1)}{(j^n - 1)} \quad [8]$$

que permite calcular o valor da aposentadoria justa dado o tempo de contribuição N e o tempo desejado n para usufruto do benefício. No gráfico 4 são mostrados os valores máximos possíveis da aposentadoria relativos ao salário (A/X), pagos durante 35 anos, para três valores de contribuição λ (6%, 10% e 16%), com taxa anual de investimento de 6%. Na tabela 2 são apresentados dados numéricos relativos à relação [8], supondo 35 anos de usufruto da aposentadoria, para tempos diferentes de contribuição e três valores da contribuição.

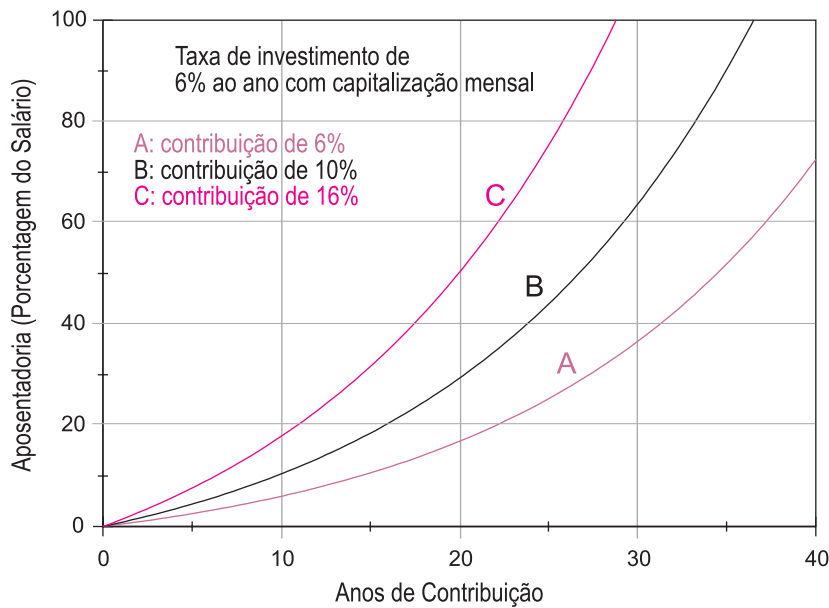


Gráfico 4: Aposentadoria Parcial Durante 35 Anos para Contribuições por Tempo Reduzido

Tabela 2

Valores Possíveis da Aposentadoria (em Porcentagem do Salário) Durante 35 Anos de Usufruto para Vários Tempos e Taxas de Contribuição ($t = 6\%$ ao ano)

Taxa de Contribuição	Anos de Contribuição para o Fundo Anteriores à Aposentadoria							
	5	10	15	20	25	30	35	40
8,1	3,5	8,2	14,6	23,2	34,8	50,4	71,5	100,0
11,0	4,9	11,5	20,4	32,4	48,6	70,5	100,0	139,8
14,9	6,9	16,3	28,9	46,0	69,0	100,0	141,8	198,2

SALÁRIOS VARIÁVEIS NO TEMPO

Na análise anterior supôs-se que os salários eram fixos durante todos os anos de contribuição. Na realidade, por causa da progressão na carreira, os salários podem

alterar-se no tempo, em geral aumentando. Nesse caso, teria de ser estipulado um valor arbitrário para a aposentadoria. O valor ideal seria aquele que tornasse o fundo auto-sustentável, ou seja, que o fundo cobrisse integralmente o valor da aposentadoria e se anulasse após n meses de usufruto. Considere-se o caso em que, durante o tempo de serviço, o empregado recebesse p salários diferentes, dados por X_1, X_2, \dots, X_p , durante N_1, N_2, \dots, N_p meses, respectivamente, com contribuições dadas por $u_1 = \lambda X_1, u_2 = \lambda X_2, \dots, u_p = \lambda X_p$, com λ constante. Nessas condições, após N ($N = N_1 + N_2 + \dots + N_p$) meses de contribuição, o saldo do fundo seria⁽⁴⁾

$$S_0 = \frac{\lambda}{j-1} [X_1(j^{N_1} - 1)j^{N_2+N_3+\dots+N_p} + X_2(j^{N_2} - 1)j^{N_3+\dots+N_p} + \dots + X_p(j^{N_p} - 1)] \quad [9]$$

Admitindo que após n meses de aposentadoria o saldo do fundo se anulasse, o valor da aposentadoria A (com contribuição mensal $u = \lambda A$) poderia ser deduzido seguindo-se os mesmos passos utilizados para a obtenção da relação [8]. O resultado seria dado, nesse caso, pela expressão

$$A = \frac{\lambda \cdot j^n}{(1-\lambda)(j^n - 1)} [X_1(j^{N_1} - 1)j^{N_2+N_3+\dots+N_p} + X_2(j^{N_2} - 1)j^{N_3+\dots+N_p} + \dots + X_p(j^{N_p} - 1)] \quad [10]$$

O valor justo da aposentadoria dependeria, obviamente, dos valores dos salários e dos períodos de recebimento. É impossível determinar esse valor *a priori*, pois são desconhecidos os tempos de cada contribuição. Uma coisa, entretanto, fica clara: a única maneira de tornar o valor da aposentadoria igual ao último salário é realizar os descontos relativos ao último salário⁽⁵⁾. Obviamente, essa afirmação está condicionada à hipótese de que o fundo é auto-sustentável, ou seja, não deve haver repasse externo para sua sobrevivência. Na tabela 3 é apresentado um exemplo quantitativo de aposentadoria justa com três salários variáveis de R\$ 1.000,00, R\$ 1.500,00 e R\$ 2.000,00 recebidos durante T_1, T_2 e T_3 anos, respectivamente. O exemplo ilustra um caso de 40 anos de contribuição para o fundo ($T_1 + T_2 + T_3 = 40$), da ordem de 8,09% do salário, com 35 anos de usufruto da aposentadoria, para diversas combinações de tempos parciais, aplicado à taxa anual de 6%. Na última linha está o valor da aposentadoria relativo ao último salário X_3 e na penúltima linha o valor da aposentadoria relativo à média ponderada dos salários X_m , com $X_m = (T_1X_1 + T_2X_2 + T_3X_3) / (T_1 + T_2 + T_3)$.

Tabela 3

Valor (em Porcentagem) da Aposentadoria por 35 Anos com 40 Anos de Contribuição para Vários Tempos Parciais ($\lambda = 8,09\%$)

T_1 (anos)	5	5	10	10	15	15	15
T_2 (anos)	5	10	10	15	5	10	15
T_3 (anos)	30	25	20	15	20	15	10
A/X_m (%)	88,8	87,5	84,2	84,8	82,6	83,1	84,5
A/X_3 (%)	80,5	76,6	68,4	66,3	64,5	62,3	60,8

(4) A expressão para o saldo é obtida, nesse caso, por uma aplicação em cascata da expressão [1].

(5) Isso pode ser visto na expressão [10], fazendo todos os salários iguais e usando, a seguir, a relação [4] para λ .

Observe como o valor da aposentadoria relativo ao último salário diminui, em linhas gerais, à medida que o tempo parcial de vigência do último salário também diminui.

A relação [10] pode ser usada para estudar-se um problema interessante, que é o valor da aposentadoria quando é possível estipular a taxa média anual de aumento

salarial de determinada população. Para calcular o valor da aposentadoria, no caso geral em que a taxa do aumento médio anual é conhecida, pode-se supor que o salário de cada ano é igual ao salário do ano anterior multiplicado por $\eta = (1 + \text{taxa})$ e que os tempos de cada valor salarial N_1, N_2, \dots, N_p são todos iguais a 12 meses. Designando por X o valor salarial do primeiro ano, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \text{Salário no 1º ano} &= X_1 = X \\ \text{Salário do 2º ano} &= X_2 = X_1(1 + \text{taxa}) = X\eta \\ \text{Salário do 3º ano} &= X_3 = X_2(1 + \text{taxa}) = X_1(1 + \text{taxa})^2 = X\eta^2 \\ \text{Salário do } p^\text{º} \text{ ano} &= X_p = X_{p-1}(1 + \text{taxa}) = X_1(1 + \text{taxa})^{p-1} = X\eta^{p-1} \end{aligned}$$

A expressão [10] pode, para esse caso, ser escrita como

$$A = \frac{\lambda X j^n (j^{12} - 1)}{(1 - \lambda)(j^n - 1)} \left[\eta^{p-1} + j^{12} \eta^{p-2} + j^{12 \times 2} \eta^{p-3} + j^{12 \times 3} \eta^{p-4} + \dots + j^{12(p-1)} \eta^0 \right] \quad [11]$$

O termo entre colchetes é uma P.G. de razão $j^{12} \eta^{-1}$ e primeiro termo unitário. Efetuando-se a soma (D'Ambrósio & D'Ambrósio, 1973:139), a última expressão transforma-se em

$$A = \frac{\lambda X j^n (j^{12} - 1)}{(1 - \lambda)(j^n - 1)} \cdot \frac{j^{12p} - \eta^p}{j^{12} - \eta} \quad [12]$$

a qual fornece o valor justo da aposentadoria a vigorar durante n meses após a contribuição contínua durante p anos, com um fator η de acréscimo salarial anual. Nessa circunstância, o último salário vale $X_p = X\eta^{p-1}$ e a média ponderada dos salários X_m é dada por

$$X_m = \frac{1}{p} [X + X\eta + X\eta^2 + \dots + X\eta^{p-1}] = \frac{X}{p} \cdot \frac{\eta^p - 1}{\eta - 1} \quad [13]$$

Note que nas relações [12] e [13] o X representa o valor inicial do salário.

De posse das relações [12] e [13] e de X_p , pode-se recalculer a tabela 3 para n meses de usufruto da aposentadoria e p anos de contribuição anteriores à aposentadoria, uma vez dados os valores relativos da contribuição λ e o fator de aumento salarial η . O valor da aposentadoria, dado pela equação [12], pode ser escrito em termos percentuais relativos ao salário médio (A/X_m) ou relativos ao último salário (A/X_p). Definindo $r = 100(A/X_i)$, com $i = p$ para o último salário e $i = m$ para o salário médio, a partir da expressão [12] o valor percentual da aposentadoria pode ser reescrito como

$$r = 100 \frac{A}{X_i} = 100 \frac{X}{X_i} \cdot \frac{\lambda j^n}{1 - \lambda} \cdot \frac{(j^{12} - 1)(j^{12p} - \eta^p)}{(j^n - 1)(j^{12} - \eta)} \quad [14]$$

onde

$$(\text{para } i = p) \quad \frac{X}{X_p} = \frac{1}{\eta^{p-1}} \quad [15a]$$

$$(\text{para } i = m) \quad \frac{X}{X_m} = \frac{p(\eta - 1)}{\eta^p - 1} \quad [15b]$$

Como exemplo numérico da expressão [14] são apresentados, na tabela 4, os valores percentuais (relativos ao salário médio e ao último salário) possíveis da aposentadoria, para várias combinações dos tempos de contribuição e de usufruto, supondo taxa anual de aplicação de 6% e crescimento salarial anual médio de 2% ($\eta = 1,02$)⁽⁶⁾.

(6) Esse não é um valor inteiramente arbitrário. O funcionário público estadual paulista tem, em média, durante sua vida funcional, aumento salarial de aproximadamente 2% por ano.

Tabela 4

**Aposentadorias Possíveis (em Porcentagem dos Salários, para $\lambda = 0,11$)
para Várias Combinações dos Tempos de Contribuição e de
Usufruto da Aposentadoria**

Anos de Usufruto	Valores Relativos	Anos de Contribuição Anteriores à Aposentadoria							
		5	10	15	20	25	30	35	40
20	à média	6,1	14,3	25,1	39,2	57,5	91,3	111,9	151,2
	ao último	5,9	13,1	21,9	32,7	45,8	61,9	81,5	105,4
25	à média	5,5	12,9	22,6	35,2	51,7	73,1	100,6	136,0
	ao último	5,3	11,8	19,7	29,4	41,2	55,7	73,3	94,9
30	à média	5,1	12,0	21,0	32,8	48,2	68,0	93,6	126,6
	ao último	4,9	11,0	18,3	27,4	38,4	51,8	68,2	88,3
35	à média	4,9	11,4	20,0	31,2	45,8	64,7	89,1	120,4
	ao último	4,7	10,4	17,4	26,0	36,5	49,3	64,9	84,0

Na tabela 4 mostra-se, claramente, toda a potencialidade da equação [14] que permite calcular, estatisticamente, em termos de média, qual deve ser o valor percentual exato da aposentadoria máxima (relativa ao último salário, ao salário médio ou a qualquer outro valor) para um fundo coletivo auto-sustentável, aplicado no mercado financeiro à taxa anual de 6%.

Fazendo, na equação [14], $r = 100$ e resolvendo para λ a equação resultante, encontra-se o valor mínimo necessário da contribuição para fornecer aposentadoria igual a X_i , determinados os tempos de contribuição e de usufruto. O valor resultante da contribuição, em valores percentuais, é então dado por

$$\lambda_{A=X_i} = \frac{100(j^n - 1)(j^{12} - \eta)}{(j^n - 1)(j^{12} - \eta) + (X/X_i) j^n (j^{12} - 1)(j^{12p} - \eta^p)} \quad [16]$$

Na expressão [16], X representa o valor inicial do salário e X_i pode, em princípio, ser qualquer valor desejado para a aposentadoria. Para os casos particulares discriminados acima, com X_i representando ou o último salário ou o salário médio, (X/X_i) é dado por [15a] ou [15b], respectivamente. A relação [16] pode ser melhor apreciada no gráfico 5, em que são apresentados, em virtude dos anos de contribuição, os valores percentuais possíveis da aposentadoria relativos tanto ao salário médio como ao último salário.

CONCLUSÃO

Um fundo de capitalização com contribuição definida, calculado com uma metodologia apropriada, tem a propriedade de poder ser planejado a longo prazo, além de ser flexível e sobremaneiramente confiável. Esse modelo se aplica tanto para um fundo particular como para um fundo de aposentadoria público ou privado. No entanto, principalmente se seu destino for cobrir um plano de aposentadoria pública, é imprescindível que ele seja estabelecido dentro de política rígida, independente e auto-sustentável. Em outras palavras, o participante do fundo deve usufruir somente daquilo que ele contribuiu, sem deixar saldo ou débito⁽⁷⁾. Um fundo de capitalização coletivo, com contas individuais, pode ser estabelecido de forma a permitir grande margem de manobras em cada conta individual. Quer-se dizer com isso que é possível liberar o contribuinte de **uma camisa de força** rígida. Deveria ser permitido que cada contribuinte pudesse ter alguma liberdade de optar por alguns parâmetros, como tempos de contribuição e de

(7) A única contribuição oficial para o fundo deve ser aquela oriunda de contribuição previamente estabelecida em lei, contratual, contabilizada para o cálculo dos descontos pessoais, jamais para cobrir débitos, exceto por causa de acontecimentos extemporâneos, imprevisíveis.

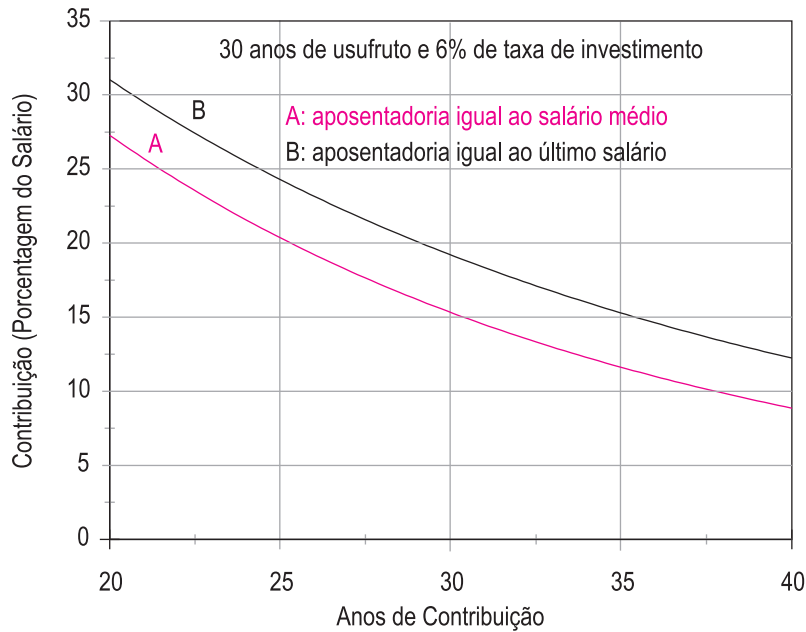


Gráfico 5: Contribuição Mínima (λ) para Aposentadoria com Taxa de Crescimento Salarial de 2% ao Ano

usufruto da aposentadoria, taxa de contribuição *versus* valor da aposentadoria etc. Até a opção de retirar-se do fundo, a qualquer momento, sacando o seu saldo, deveria ser considerada como um direito do contribuinte.

Apesar de não se tratar de um trabalho abrangente, no que se refere a tratamentos atuariais, introduz certa metodologia que permite obter dados quantitativos significativos, nos casos individuais de contribuição definida e também nos casos coletivos de contribuição variável, quando é conhecida a variação média da população em questão.

Finalmente, salienta-se que os cálculos numéricos apresentados foram feitos com a hipótese de 12 contribuições anuais. Os descontos previdenciários oficiais, tanto para a aposentadoria do funcionário público como para a do funcionário do setor privado, incluem o 13º salário. Se isso for levado em conta, apenas durante o tempo de contribuição, os resultados obtidos serão muito mais favoráveis ao contribuinte, ocasionando sensível redução na porcentagem de contribuição ou no tempo de contribuição. ♦

RESUMO

Neste artigo, apresenta-se a formulação teórica de um modelo de fundo de capitalização. Primeiramente, é abordada a situação de contribuição constante e, posteriormente, a situação de contribuição variável no tempo. Em ambos os casos estuda-se o saldo do fundo no início da aposentadoria e no final do usufruto, bem como o valor apropriado da contribuição para zerar o saldo final. No caso da contribuição variável, estuda-se ainda o valor possível da aposentadoria, tanto em termos da média das contribuições como em termos da última contribuição. A situação de contribuição variável é estendida para estudar-se, estatisticamente, o valor possível da aposentadoria de uma população, em termos da contribuição média ou da contribuição do último período, quando for conhecido o aumento anual médio do salário. As equações obtidas são ilustradas com exemplos quantitativos, por meio de tabelas e gráficos.

Palavras chave: previdência, fundo de pensão, modelo de capitalização, aposentadoria.

ABSTRACT

A theoretical pension fund model is formulated. First one analyze a particular situation of constant discount for the fund and then change to the situation of time varying discount. In both cases, the balances before and after the retirement period is computed. It is also evaluated the fair rate of discount which zeroes the final balance. For the variable contribution one find the possible allowed retirement value, both in terms of the last and also in terms of the average contribution. The model is adjusted to analyze, statistically, the possible retirement values for a population when the average gross wage growth is known. The mathematical results achieved are numerically illustrated through tables and graphics.

Uniterms: security, pension funds, retirement, capitalization model.

REFERÊNCIAS
BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, Jr., Everett T.; MELONE, Joseph J.; ROSENBLOOM, Jerry S.; VANDERHEI, Jack L. *Planos de aposentadoria*. São Paulo, Instituto Cultural de Seguridade Social e Edições, 1994.

CEPAL. SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE "A TRANSIÇÃO DEMOGRÁFICA E A REFORMA DA PREVIDÊNCIA SOCIAL". Brasília, Cepal, 1996.

D'AMBRÓSIO, Nicolau & D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Matemática comercial e financeira*. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1973.

GUSTAFSSON, Björn A. & KLEVMARKEN, N. Anders. *The political economy of social security*. Amsterdam, Elsevier Science Publishers B.V., 1989.

HARDY, G.H. *A course of pure mathematics*. Londres, Cambridge University Press, 1967.

MONTOTO FILHO, André Franco & PORTO, Cornélia Nogueira. *Previdência social e previdência complementar*. São Paulo, IPE-USP, 1982.

NOGUEIRA, Rio. *A crise moral e financeira da previdência social*. São Paulo, DIFEL Difusão Editorial, 1985.



Curso de especialização E-Commerce



*Atualização, Tecnologia e Informação:
Os novos desafios do varejo na era da internet*

Programa de Administração de Varejo

Local: Centro de Treinamento FIA
Rua José Alves Cunha Lima, 172 - Butantã
Duração: 03 de maio a 02 de agosto
Horário: Terças e Quintas, das 19 às 23h

PROVAR - FIA/FEA - USP
Programa de Administração de Varejo
Tel./Fax: (11) 3818-6045/ 3818-5993
Site : <http://www.fea.usp.br/fia/provar/>

Certificação

PROVAR / FIA

Corpo Docente

Equipe de professores do PROVAR, consultores e especialistas no tema

Recursos Didáticos

Aulas, palestras, estudos de caso e laboratório

Carga Horária

100 horas

Organizações Mantenedoras do PROVAR

Carrefour, Checkpoint, D'Avó Supermercados, Drogasil, EAN Brasil, Fininvest, Folha de S. Paulo, Fundação EDUCAR Dpaschoal, Grupo Pão de Açúcar, Incentive House, KPMG, Makro Atacadista, Multibras, Rhodia Poliamida, SAP Brasil, Sensomatic, Serasa, TeleCheque, Vila Romana, Visanet, Wal-Mart