
Valor em risco ajustado pela liquidez aplicado no mercado acionário brasileiro

Mauro Ritins Gonçalves Valério
Luiz Felipe Jacques da Motta

RESUMO

O conceito de Valor em Risco (VaR) para avaliar riscos de investimentos tem sido amplamente utilizado, desconsiderando-se, entretanto, o efeito do tamanho relativo das posições da carteira sob análise em relação ao mercado. Ao se adotar esse modelo, aceita-se a hipótese de que é possível liquidar posições ao longo do prazo para o qual foi calculado o VaR. Para diminuir esse problema, pode-se trabalhar com prazos para o VaR compatíveis com o ativo menos líquido da carteira. Nesse caso, estariam sendo desconsiderados os efeitos diferenciados da liquidez de cada papel. Tenta-se, aqui, avaliar se modelos de Valor em Risco que consideram a liquidez do mercado apresentam melhores resultados na avaliação e no controle de riscos de ativos (ações) do que modelos que não levam em consideração o prazo normalmente necessário à liquidação das posições.

Recebido em 01/abril/2003
Aprovado em 17/dezembro/2003

Palavras-chave: liquidez, valor em risco, *Riskmetrics*, simulação histórica, VaR ajustado pela liquidez.

1. INTRODUÇÃO

O Valor em Risco (VaR) tem sido utilizado para mensurar e resumir o risco de mercado de carteiras. Entretanto, as formas usuais de mensurá-lo desconsideram o efeito que a liquidação da posição (ou assunção dela) tem sobre o preço. O impacto mencionado é conhecido como efeito endógeno da liquidez, ou simplesmente liquidez endógena. Neste artigo, são testados dois modelos de correção do VaR em função da liquidez.

Ao longo deste artigo, várias medidas de risco (VaR em todas elas) e de retorno serão apresentadas e discutidas. Todas as medidas calculadas se referem a risco e a retorno diários.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Valor em risco

O Valor em Risco (VaR) é utilizado para medir o risco de um ativo ou de uma carteira. É definido como a perda máxima esperada para uma carteira,

Mauro Ritins Gonçalves Valério, Engenheiro Mecânico, é Mestre em Administração de Empresas pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (CEP 22453-900 — Rio de Janeiro/RJ, Brasil) e Gerente de Risco do Banco do Brasil. E-mail: maurorg@bb.com.br

Luiz Felipe Jacques da Motta, Ph.D. em Finanças pela *University of Southern California*, é Professor e Coordenador de Finanças do Instituto de Administração e Gerência da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (CEP 22453-900 — Rio de Janeiro/RJ, Brasil). E-mail: lfelipe@iag.puc-rio.br
Endereço:
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Instituto de Administração e Gerência
Rua Marquês de São Vicente, 225
Gávea
22453-900 — Rio de Janeiro — RJ

para um determinado grau de confiança, em um horizonte de tempo definido. É possível calculá-lo de diversas maneiras, que podem ser divididas em dois grupos: paramétrico e não-paramétrico. Jorion (1996) apresenta uma forma de cálculo que, apesar de aplicável a ambos os grupos, é a utilizada neste artigo para o cálculo do VaR por simulação histórica (não-paramétrica): $VaR = W_0(1-R^*)$, em que W_0 representa o investimento inicial e R^* significa a menor taxa de retorno sobre o *portfolio* para um grau de confiança c . A metodologia de simulação histórica utiliza as distribuições de retornos observadas, já ajustadas para o horizonte de tempo definido, para obter o retorno equivalente ao grau de confiança escolhido.

O modelo Riskmetrics, proposto por J.P. Morgan (1996) adota uma aproximação paramétrica. Ele define o VaR pela fórmula $VaR = W_0 \times \alpha \times \sigma \times \sqrt{\Delta t}$, em que W_0 significa o investimento inicial, α representa o valor na distribuição normal equivalente ao grau de confiança c , σ é o desvio padrão dos valores futuros previstos para o *portfolio* e Δt é o intervalo de tempo escolhido para o cálculo do VaR. Para estimar o desvio padrão, J.P. Morgan (1996) recomenda a utilização do *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), ou seja, a volatilidade (desvio padrão) estimada para o *portfolio* é obtida com a aplicação de uma estrutura exponencial de pesos à série de retornos (mais exatamente, retornos ao quadrado), para obter a variância. Extrairando a raiz quadrada da variância, encontra-se o desvio padrão, ou seja, a volatilidade.

2.2. Liquidez

Um ativo é líquido quando pode ser vendido em curto período de tempo, a um preço não muito inferior ao que o vendedor obteria caso tivesse muito tempo para vender o ativo (BLACK, 1971), ou seja, um ativo é líquido quando seu mercado possui as características de um mercado perfeito ou se aproxima disso.

Existem diversas facetas para o conceito de liquidez. Por um lado, a liquidez é definida como o risco de um devedor ser incapaz de obter fundos (DIAMOND, 1991). Outra faceta envolve os custos de transação (ENGLE e LANGE, 1997; BERNSTEIN, 1998; PERSAUD, 2000). De forma mais específica, Ness (1977), coerente com a definição de Black (1971), observa que uma das maneiras de se evidenciar a falta de liquidez é a partir da flutuação no preço do título, observada quando se realiza imediatamente a transação desejada. Um outro aspecto considerado é o tempo de liquidação (LONGSTAFF, 1999). Almgren e Chriss (1999) preocupam-se simultaneamente com o tempo e com os custos de transação. Kamara (1994), Grossman e Miller (1988) e Berkowitz (2000) estudam a liquidez a partir da necessidade de liquidar-se uma posição para levantar fundos.

Bangia *et al.* (1998; 1999) identificam dois tipos de risco de liquidez: exógeno e endógeno. O risco de liquidez exógeno

está fora do controle de qualquer participante individual e é característica do mercado, comum a todos os participantes. O risco de liquidez endógeno resulta da negociação, ou seja, surge do impacto da negociação de posições que o mercado não absorve facilmente.

O risco de liquidez endógeno recebe de Jorion (2001) a denominação de risco de liquidez de mercado, em contraposição ao risco de fluxo de caixa, que é a incapacidade de cumprir obrigações.

Neste artigo, estuda-se o risco de liquidez de mercado (segundo JORION, 2001), denominado risco de liquidez endógeno por Bangia *et al.* (1998; 1999).

2.3. Valor em risco ajustado pela liquidez

Existem diversos modelos para agregar o risco de liquidez ao VaR. Jarrow e Subramanian (1997) ajustam o VaR pela liquidez considerando o tempo de liquidação, bem como o desvio padrão desse tempo. Além disso, consideram, também, um parâmetro de desconto pela quantidade, ou seja, apresentam um modelo que considera, simultaneamente, a liquidez exógena (tempo de execução) e a endógena (tamanho da ordem). Os autores sugerem que os parâmetros associados à liquidez sejam obtidos de forma subjetiva.

Bangia *et al.* (1998; 1999) consideram a liquidez exógena, tratando a possibilidade de que varie ao longo do tempo e aplicando o mesmo intervalo de confiança para a liquidez exógena e para as variações dos preços de mercado — e considerando que os eventos extremos (para a confiança utilizada) de liquidez e de variações de preços ocorram simultaneamente. Ao testarem seu modelo, os autores concluem ser aceitável o VaR ajustado pela liquidez. Erwan (2001) testou o modelo de Bangia *et al.* (1998; 1999) no mercado acionário francês e observa que o VaR ajustado pela liquidez é 17,13% maior do que o VaR sem o ajuste.

Berkowitz (2000) testa seu modelo em quatro tipos de fundos e observa que o ajuste pela liquidez não altera o VaR dos fundos *Growth* e *Growth and Income*, altera marginalmente o VaR dos fundos *Agressive Growth* e que a maior parte do risco dos fundos *Precious Metals* se deve ao efeito da liquidez.

Jorion (2001) procura estimar o VaR ajustado pela liquidez considerando a estratégia de liquidação (como a posição será liquidada ao longo do tempo de liquidação, ou seja, a escolha entre liquidar de uma única vez ou em um conjunto de operações) e o efeito endógeno da liquidez.

Não há teste algum (na pesquisa realizada) do VaR ajustado pela liquidez no mercado brasileiro.

Neste artigo é utilizado o modelo de Berkowitz (2000), detalhado mais adiante, que modela o risco de liquidez endógeno, objeto do presente estudo. Também é aplicado o modelo de Cosandey (2001), que considera somente o efeito endógeno da liquidez, através de um modelo do comportamento do preço em relação à posição liquidada.

3. METODOLOGIA E DADOS

3.1. Valor em risco

Os modelos de ajuste pela liquidez propostos por Berkowitz (2000) e Cosandey (2001) fornecem um ajuste do preço em função da liquidez. Para o cálculo do VaR, é necessária a aplicação de modelos tradicionais, VaR por simulação histórica e Riskmetrics neste artigo, utilizando uma série de retornos corrigidos pelo efeito da liquidez, conforme os modelos utilizados.

Para cálculo do VaR, com e sem ajuste pela liquidez, são aplicadas as metodologias de simulação histórica e Riskmetrics, pelas equações [1] e [2]:

$$VaR = W_0(I-R^*) \quad [1]$$

$$VaR = W_0 \times \alpha \times \sigma \times \sqrt{\Delta t} \quad [2]$$

As variáveis das equações [1] e [2] já foram descritas no item 2.1. A equação [1] será utilizada para o cálculo do VaR por simulação histórica. A equação [2] será utilizada para o cálculo do VaR pelo modelo Riskmetrics.

No caso do modelo paramétrico (Riskmetrics), é necessário estimar um parâmetro chamado fator de decaimento, para com ele calcular a volatilidade σ e, com ela, o VaR. Foram calculados esses fatores de decaimento para cada ano do período sob análise, de julho de 1994 a dezembro de 2001, aplicando-os ao cálculo do VaR no ano seguinte. No caso do primeiro período, é utilizado o valor recomendado pelo modelo do Banco J.P. Morgan (1996) para retornos diários, ou seja, 0,94. Para o ajuste pela liquidez, foram aplicados os métodos propostos por Berkowitz (2000) e Cosandey (2001).

3.2. Valor em risco ajustado pela liquidez — modelo de Berkowitz (2000)

Berkowitz (2000) estima, através de uma regressão, uma sensibilidade do retorno do ativo à posição negociada. Assim, a regressão assume a forma:

$$R_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot R_{IBOV,t} + \beta_2 \cdot Vol_t + \varepsilon_t \quad [3]$$

em que:

R_t = Retorno da ação;

$R_{IBOV,t}$ = Retorno do Ibovespa;

Vol_t = Volume (financeiro) negociado da ação;

β_0 = Coeficiente da regressão (intercepto);

β_1 = Sensibilidade do retorno da ação em relação ao retorno do índice Bovespa;

β_2 = Sensibilidade do retorno da ação ao valor negociado (volume financeiro);

ε_t = Erro da regressão.

Assim, o coeficiente de sensibilidade do retorno da ação ao volume negociado, representado pelo coeficiente β_2 da equação [3], calculado para cada ativo e cada período (cada ano a partir de julho de 1994 até 2001) através de regressão, será utilizado para corrigir os retornos em função da liquidez. A sensibilidade apurada com base em um período será utilizada para corrigir os retornos (pelo efeito da liquidez) do período seguinte. No primeiro ano sob estudo, para cada ação (ano de 1994, caso a ação tenha uma série completa) estará sendo utilizada a sensibilidade apurada no mesmo período em que foi estimada. Dada a modelagem utilizada, espera-se que o coeficiente de sensibilidade represente uma diminuição do retorno, em função da liquidação da posição. Dessa forma, nos casos em que o fator de sensibilidade calculado representava um ganho com o aumento do volume, seu sinal foi invertido.

3.3. Valor em risco ajustado pela liquidez — modelo de Cosandey (2001)

Segundo Cosandey (2001), a variação do preço pela venda de um ativo é dada por:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-\Delta N}{N + \Delta N} \quad [4]$$

em que:

ΔP = Variação adversa do preço de mercado do ativo, em função da liquidez;

P = Preço de mercado do ativo, sem a venda do investidor;

N = Volume negociado no mesmo dia, em quantidade de ativos, sem a venda do investidor;

ΔN = Tamanho do *portfolio*, em quantidade de ativos, a ser vendido.

Para obter o efeito no preço de um investidor comprando em um mercado de pouca liquidez, o autor usa a seguinte formulação:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta A}{A} \quad [5]$$

em que:

P = Preço de mercado do ativo, sem a venda do investidor;

A = Volume negociado em valor monetário;

ΔA = Variação, em valor monetário, do volume negociado, dada pela equação:

$$\Delta A = N \cdot \Delta P_{mercado} - \Delta N \cdot P \quad [6]$$

em que:

$\Delta P_{mercado}$ = Variação do preço de mercado do ativo, entre o dia inicial e o dia seguinte, se o investidor não vender.

Substituindo a equação [6] na equação [5], o resultado é a equação a seguir:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{N \cdot \Delta P_{\text{mercado}} - \Delta N \cdot P}{P} \quad [7]$$

Usualmente, $A = N \cdot P$. Substituindo na equação [7] a relação $A = (N + \Delta N) \cdot P$, que admite a variação da quantidade negociada, para modelar o efeito no retorno da liquidez, além do efeito observado de variação do mercado, obtém-se:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{N \cdot \Delta P_{\text{mercado}} - \Delta N \cdot P}{(N + \Delta N) \cdot P} \quad [8]$$

A equação [8] pode ser apresentada como o autor a utiliza, na qual a variação é dada por:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{N^2 \cdot \Delta P_{\text{mercado}} - (N \cdot P) \cdot \Delta N}{(N \cdot P) \cdot (N + \Delta N)} \quad [9]$$

lembrando que o produto $A = N \cdot P$ corresponde ao volume financeiro negociado.

Após fazer a correção dos preços (e, a seguir, dos retornos), conforme definido por Cosandey (2001), serão calculados os VaR para o período sob análise, dessa forma resultando em uma medida de risco ajustada pela liquidez.

3.4. Testes aplicados ao valor em risco

Para testar a capacidade preditiva dos valores de VaR calculados, utilizam-se os testes propostos por Kupiec (1995) e Christofferssen (1998). Kupiec define a taxa de falha como sendo p , em que $(1-p)$ é o grau de confiança utilizado para o cálculo do VaR. A hipótese nula do teste é que a taxa de falha obtida (proporção de exceções, resultados piores que o VaR) é igual à taxa de falha teórica, dada pelo intervalo de confiança utilizado, conforme mencionado. A hipótese alternativa é que a taxa de falha obtida é diferente da taxa de falha teórica. A estatística de teste é dada pela fórmula:

$$I = -2 \cdot \ln[(1-p)^{T-N} \cdot p^N] + 2 \cdot \ln[(1-(N/T))^{T-N} \cdot (N/T)^N] \quad [10]$$

em que p é a taxa de falha (teórica), N/T é a taxa de falha observada, T é o número de dias da amostra e N é o número de exceções. A estatística de teste deve ser comparada com uma distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Para teste realizado com 95% de confiança, a hipótese nula deve ser rejeitada para $I > 3,84$.

O teste de Christofferssen (1998) é semelhante. Ele constrói uma estatística de teste que agrega ao teste de Kupiec (1995) a possibilidade ou não da exceção de um dia estar condicionada à ocorrência ou não de exceção no dia anterior. A estatística

de teste deve ser comparada com uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade. Para teste realizado com 95% de confiança, a hipótese nula deve ser rejeitada para valores acima de 5,99.

3.5. Universo e amostra

O universo pesquisado consiste nas ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa). Foram testadas ações que compunham ou não o índice Bovespa após o início do plano Real (julho de 1994) até o final do ano de 2001. A amostra a ser utilizada é composta pelas ações que apresentaram negociação diária na Bolsa no período em estudo. Foram aplicados dois critérios de seleção às séries de dados. O primeiro critério de seleção utilizado foi a média de negócios diária ser maior ou igual a dez negócios, em algum dos anos do período em estudo (1994-2001). O segundo critério foi a ocorrência de, no máximo, cinco dias úteis sem negociação em algum dos anos do período. De um conjunto inicial de 448 ativos (dados obtidos na Economática), o estudo foi restringido a 156 ações. Utilizou-se, também, o Ibovespa como índice de mercado, necessário ao modelo de Berkowitz. Nos dias em que não houve negociação foi suposto um retorno nulo.

Foram escolhidos os valores de posições, ou carteiras, de R\$ 50 mil, R\$ 350 mil e R\$ 1.700 mil, fixos ao longo do período sob análise, para mensurar o VaR, em especial o VaR ajustado pela liquidez, dado o objetivo de analisar o efeito endógeno da liquidez no VaR através dos modelos de Berkowitz (2000) e Cosandey (2001).

Foi calculado o VaR diário para os ativos sob estudo, para o período definido, sendo sempre utilizado o horizonte de um dia. Foram calculados os Valores em Risco por simulação histórica para as cifras de R\$ 50 mil, R\$ 350 mil e R\$ 1.700 mil, utilizando-se 95% e 99% de confiança, para séries de 100 e 250 dias úteis, com e sem o ajuste pela liquidez. Para o cálculo do VaR pelo modelo do Riskmetrics, foram utilizados os mesmos valores e os mesmos intervalos de confiança, também com e sem ajuste pela liquidez (modelos de BERKOWITZ, 2000 e COSANDEY, 2001).

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

4.1. Fator de sensibilidade e custo da liquidez pelo modelo de Berkowitz

Uma vez que os dados disponíveis não permitiram a identificação da iniciativa de compra ou de venda, a partir da qual seria possível analisar o comportamento do preço para negociação do próprio ativo (o efeito endógeno da liquidez), fez-se a regressão dos retornos dos ativos contra o índice de mercado e as quantidades negociadas (equação [3]). Observou-se que 86,9% dos coeficientes β_2 da regressão, para o período de 1994 a 2001, foram positivos e os 13,1% restantes inferiores a zero.

Em outras palavras, apenas 13,1% das 156 ações sob estudo apresentaram o comportamento esperado de redução do retorno em função do volume negociado: efeito endógeno da liquidez. O modelo proposto por Berkowitz pressupõe uma redução do preço quando a iniciativa for de venda e um aumento quando for de compra, o que implica uma redução consistente do retorno em função da liquidez endógena. Em outras palavras, o efeito no preço do ajuste pela liquidez é prejudicial ao movimento que estiver ocorrendo. Por falta de dados a partir dos quais se pudesse fazer a regressão utilizando os volumes ofertados de compra e de venda, situação na qual se esperaria obter redução de preços para predominância de venda e aumento de preço para predominância de compra, todos os coeficientes obtidos foram utilizados de forma a reduzir os retornos observados.

Para avaliar a sensibilidade aferida, os histogramas apresentados nas figuras 1 e 2 contêm, respectivamente, os R^2 ajustados e as estatísticas F para as 156 ações em estudo, referentes ao período de 1994 a 2001, para negociações diárias de R\$ 1 milhão.

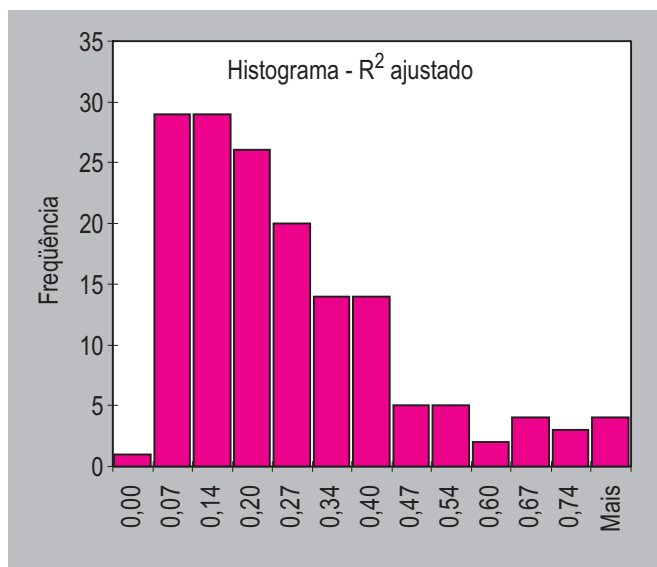


Figura 1: Histograma dos R^2 Ajustados

Analisando a figura 1, a distribuição dos R^2 ajustados obtidos para as regressões efetuadas (para apurar o fator de sensibilidade do retorno ao volume financeiro negociado — equação [3]), utilizando dados do período de 1994 a 2001, para as 156 ações sob estudo, observa-se que em torno de 20 ações tiveram, nas suas regressões, valores entre 0,27 e 0,34. A figura 2 mostra que mais de 100 ações tiveram, em suas regressões, estatística F entre 318,3 e 632,6. Os histogramas das figuras 1 e 2 mostram que, apesar de os valores do R^2 ajustado serem relativamente baixos, talvez indicando a necessidade de um melhor modelo, as estatísticas F altas indicam a não-rejeição das regressões efetuadas.

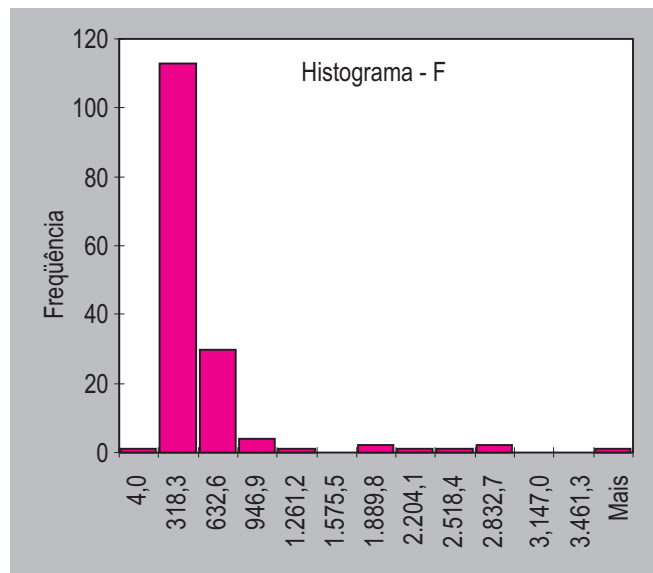


Figura 2: Histograma das Estatísticas F

Para melhor avaliar os resultados obtidos, na tabela 1 constam as sensibilidades do retorno ao volume negociado calculadas sobre o valor de R\$ 1 milhão, valor esse apenas referencial, apresentadas sob a forma de resultado financeiro unicamente do efeito da liquidez, ou seja, o custo da liquidez ao negociar (comprar ou vender) R\$ 1 milhão em cada uma das 156 ações sob estudo, apresentado na tabela por suas estatísticas descritivas. Esse custo aparecerá no preço negociado, aumentando-o caso a operação seja de compra e reduzindo-o caso contrário. Para obter-se a média e o desvio padrão, foi utilizado o volume financeiro efetivamente negociado como fator de ponderação (para as estatísticas mencionadas), aplicando-o ao conjunto de 156 ações sob estudo. Os casos extremos de perda superior a 100%, impossíveis se a operação for de venda, foram limitados aos 100%, ou seja, R\$ 1 milhão.

Na coluna **Menor Custo da Liquidez** da tabela 1 observa-se que as ações mais líquidas apresentam custo de liquidez desprezível para a negociação de R\$ 1 milhão. Os papéis com maior custo de liquidez, ou seja, menos líquidos, mostrados na coluna **Maior Custo da Liquidez**, apresentam custos que inviabilizam a negociação (compra ou venda). Isso significa que os parâmetros obtidos através da regressão estão sendo usados fora da faixa utilizada para a regressão, ou seja, que o efeito da liquidez é superior ao volume de R\$ 1 milhão utilizado no cálculo.

Para o período completo, de 1994 a 2001, a sensibilidade à negociação é, em média, menor do que em qualquer dos anos posteriores, assim como possui menor dispersão. A menor sensibilidade pode explicar a razão de não ter ocorrido caso algum de perda inferior a 100%. Deve ser entendido que os valores médios mencionados correspondem a perdas diárias, esperadas pelo efeito de negociação de uma posição correspondente a R\$ 1 milhão, além dos resultados das variações de mercado.

Tabela 1

Custos da Liquidez para Negociação de R\$ 1 Milhão para as Ações Sob Estudo

Período	Custos da Liquidez			
	Média Ponderada	Maior	Menor	Desvio Padrão (Ponderado)
1994 a 2001	631,04	519.102,09	1,48	5.442,68
1994	1.962,22	1.000.000,00	24,76	11.726,13
1995	1.247,77	1.000.000,00	13,04	6.922,40
1996	913,93	1.000.000,00	3,10	8.017,40
1997	721,58	1.000.000,00	5,53	6.214,65
1998	1.148,60	1.000.000,00	2,10	12.125,55
1999	1.668,47	1.000.000,00	4,79	11.037,50
2000	1.117,97	1.000.000,00	13,53	8.878,84
2001	919,13	1.000.000,00	24,05	7.141,37

Para avaliar o efeito da liquidez para outros valores, mostra-se a seguir que esse efeito é quadrático em relação ao volume negociado. Retornando à equação [3], os efeitos sobre os retornos unicamente devidos aos volumes negociados seriam dados por:

$$R_t = \beta_2 \cdot Vol_t \quad [11]$$

A equação [11] apresenta o efeito no retorno, em termos percentuais, do volume negociado. Ao se multiplicar ambos os termos pelo volume, encontra-se o retorno em termos financeiros:

$$R_{t,RS} = R_t \cdot Vol_t = \beta_2 \cdot Vol_t \cdot Vol_t$$

ou

$$R_{t,RS} = \beta_2 \cdot Vol_t^2 \quad [12]$$

Os resultados constantes na tabela 1 foram obtidos com a aplicação da equação [12], para um volume de R\$ 1 milhão, utilizando os coeficientes de sensibilidade encontrados nas regressões, segundo a equação [3].

Os mesmos dados que originaram a tabela 1 são apresentados no histograma da figura 3.

A figura 3 mostra que 70 dentre as 156 ações sob estudo apresentam **custo** da liquidez para negociação de R\$ 1 milhão entre 0 e R\$ 1.800,00. Para resultar em uma média ponderada de R\$ 631,04, conforme apresentado na tabela 1, as ações são as que apresentam maior volume (financeiro) negociado. Em outras palavras, conforme esperado, quanto maior o volume negociado, menor o efeito no preço da negociação. Observa-se a prevalência de valores próximos à média ponderada e também

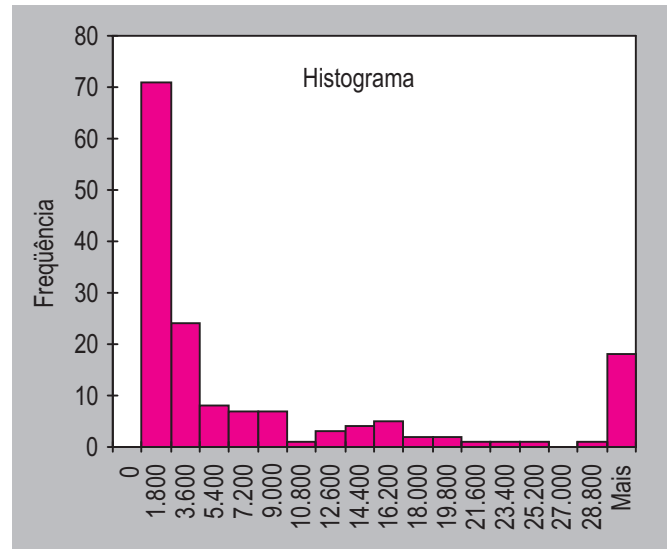


Figura 3: Histograma dos Fatores de Sensibilidade

que o valor extremo da tabela 1, o custo de R\$ 519.102,09, faz parte de um conjunto (custo de liquidez maior que R\$ 28.800,00) de 20 ações entre as 156 ações sob estudo.

4.2. Retornos médios — modelo de ajuste pela liquidez de Berkowitz (2000)

Na tabela 2 são apresentados os retornos diários médios, ou seja, os retornos da carteira composta pelas 156 ações sob estudo, ponderadas pelos volumes efetivamente negociados.

Tabela 2

Retornos Médios — Modelo de Ajuste pela Liquidez de Berkowitz

Período	Retorno(%)	Retorno Ber (%)		
		50	350	1700
1994 a 2001	0,445	0,410	0,235	-0,317
1994	0,370	0,357	0,282	-0,052
1995	0,370	0,360	0,297	0,020
1996	0,356	0,335	0,204	-0,234
1997	0,316	0,232	-0,270	-1,641
1998	0,249	0,196	0,072	-0,351
1999	1,007	0,988	0,876	0,473
2000	0,471	0,450	0,363	-0,011
2001	0,339	0,332	0,293	0,117

Na coluna **Retorno** são apresentados os retornos médios diários da carteira composta pelas 156 ações sob estudo, em que o volume efetivamente negociado corresponde à partici-

pação da ação na carteira. As colunas **Retorno Ber** representam os retornos médios, aplicando o ajuste proposto por Berkowitz, para cada um dos valores de carteira sob estudo.

De acordo com a tabela 2, apenas *portfolios* com valor de R\$ 1,7 milhão têm, em média, retorno negativo, ou seja, caso a liquidez se comporte conforme o modelo de Berkowitz, negociações diárias de um *portfolio* de R\$ 350 mil não devem (em média) inviabilizar a obtenção de rentabilidade positiva, pelo efeito da liquidez.

Verifica-se que para um *portfolio* de R\$ 50 mil o ajuste proposto por Berkowitz reduz em 7,9% o retorno médio. Para *portfolios* de R\$ 350 mil, 47% do retorno são perdidos em função da liquidez. Para *portfolios* de R\$ 1.700 mil, todo retorno é perdido e ainda há custo adicional de 71,2% sobre o retorno médio, ou seja, para valores de R\$ 1,7 milhão, estratégias de negociações diárias não seriam capazes de gerar retorno positivo (em média).

4.3. Retornos médios — modelo de ajuste pela liquidez de Cosandey (2001)

A tabela 3 apresenta, de forma similar, os resultados com a utilização do modelo de Cosandey.

Tabela 3

Retornos Médios — Modelo de Ajuste pela Liquidez de Cosandey

Período	Retorno(%)	Retorno Cos (%)		
		50	350	1700
1994 a 2001	0,445	-0,827	-4,631	-12,972
1994	0,370	-1,289	-6,728	-17,468
1995	0,370	-1,487	-7,156	-17,897
1996	0,356	-0,987	-4,761	-12,024
1997	0,316	-1,082	-4,179	-10,206
1998	0,249	-1,037	-4,265	-11,043
1999	1,007	-0,239	-4,348	-13,465
2000	0,471	-0,617	-4,428	-13,707
2001	0,339	-0,648	-4,644	-15,054

Na coluna **Retorno**, apresentam-se os retornos médios diários de um *portfolio* das ações sob estudo, ponderados pelo

Tabela 4
VaR Médio Diário

VaR Calculado	VaR Médio (Em R\$)		
	Sem Ajuste pela Liquidez	Com Ajuste pela Liquidez conforme Modelo de	
		Berkowitz	Cosandey
SH, 100 dias, 95%, R\$ 50 mil	(2.219,88)	(2.229,04)	(4.881,20)
SH, 250 dias, 95%, R\$ 50 mil	(2.096,36)	(2.141,57)	(5.247,28)
SH, 100 dias, 99%, R\$ 50 mil	(3.289,89)	(3.298,81)	(6.834,69)
SH, 250 dias, 99%, R\$ 50 mil	(3.292,97)	(3.339,91)	(7.514,49)
SH, 100 dias, 95%, R\$ 350 mil	(15.539,14)	(15.888,43)	(60.070,91)
SH, 250 dias, 95%, R\$ 350 mil	(14.674,49)	(15.327,28)	(63.818,21)
SH, 100 dias, 99%, R\$ 350 mil	(23.029,20)	(23.380,45)	(75.347,13)
SH, 250 dias, 99%, R\$ 350 mil	(23.050,77)	(23.715,84)	(81.027,52)
SH, 100 dias, 95%, R\$ 1.700 mil	(75.475,84)	(83.088,31)	(480.363,39)
SH, 250 dias, 95%, R\$ 1.700 mil	(71.276,11)	(81.664,58)	(495.605,03)
SH, 100 dias, 99%, R\$ 1.700 mil	(111.856,13)	(119.495,01)	(559.589,31)
SH, 250 dias, 99%, R\$ 1.700 mil	(111.960,86)	(122.407,03)	(583.064,54)
RM, 95%, R\$ 50 mil	(2.553,56)	(2.609,39)	(4.474,43)
RM, 99%, R\$ 50 mil	(3.611,53)	(3.690,50)	(6.328,26)
RM, 95%, R\$ 350 mil	(17.874,89)	(20.837,51)	(55.868,58)
RM, 99%, R\$ 350 mil	(25.280,74)	(29.470,82)	(79.015,83)
RM, 95%, R\$ 1.700 mil	(86.820,89)	(155.351,79)	(502.937,73)
RM, 99%, R\$ 1.700 mil	(122.792,17)	(219.716,53)	(711.312,88)

volume negociado em cada uma delas. As colunas **Retorno Cos** representam os retornos médios diários, aplicando o ajuste proposto por Cosandey, para cada um dos valores de carteira sob estudo. Como pode ser visto, o ajuste pela liquidez resulta em retornos consistentemente negativos, em média.

Caso se aceite o modelo proposto por Cosandey, ele parece indicar a inviabilidade de ganhos no mercado, devido a efeitos da liquidez, ao se negociar diariamente no mercado de ações, em valores financeiros iguais ou superiores a R\$ 50 mil, ou seja, caso o modelo de Cosandey represente, adequadamente, o efeito da liquidez sobre os retornos, estratégias de negociações diárias gerariam, em média, retornos negativos. Entretanto, estratégias de negociações por períodos maiores poderiam gerar retornos adequados, isto é, estratégias que não fossem impactadas diariamente pelo custo da liquidez.

4.4. Valores em risco ajustados pela liquidez — modelos de Berkowitz e de Cosandey

Na tabela 4 são apresentadas as comparações entre o VaR médio calculado pelos meios tradicionais e o VaR ajustado pela liquidez, para o período de 1994 a 2001, utilizando o volume financeiro observado como fator de ponderação.

A sigla SH utilizada na coluna **VaR Calculado** da tabela 4 corresponde ao VaR por simulação histórica. Em seguida à sigla aparece a quantidade de dias (retornos) utilizada para construir a distribuição empírica de retornos, a partir da qual o VaR é obtido. O percentual corresponde ao intervalo de confiança utilizado para o cálculo do VaR. O valor que segue corresponde ao valor do *portfolio*, contendo sempre uma única ação, dentre as 156 sob estudo. A sigla RM representa o VaR calculado pelo modelo de Riskmetrics, o percentual que segue corresponde ao intervalo de confiança utilizado e o valor é o utilizado para o cálculo do VaR.

O ajuste pela liquidez de Berkowitz (2000) provoca aumento de 2,2% no VaR (considerando valores médios para o VaR) pelo modelo de Riskmetrics, para R\$ 50 mil negociados em uma única ação; 16,6% para R\$ 350 mil no ativo; e 79% para R\$ 1,7 milhão. Em relação ao modelo por simulação histórica, os impactos são entre 0,4% e 2,2% para R\$ 50 mil; 1,5% e 4,4% para R\$ 350 mil; e entre 6,8% e 14,6% para R\$ 1,7 milhão, dependendo de estar sendo considerada uma série histórica de 100 ou 250 dias e 95% ou 99% de confiança.

Ainda considerando os valores médios do VaR, a alteração do valor negociado em uma ação gera alteração maior no VaR, tanto no cálculo da simulação histórica quanto por meio da aplicação do Riskmetrics, conforme esperado, devido à influência da liquidez. Ao alterar de R\$ 50 mil para R\$ 350 mil o valor negociado por ativo, o VaR por simulação histórica é multiplicado por um fator entre 7,08 (99%, 100 dias) e 7,16 (95%, 250 dias). Pelo modelo do Riskmetrics, o VaR é multiplicado por 7,99. O impacto unicamente devido ao aumento do valor negociado é a multiplicação por 7 (razão entre R\$ 350 mil negociados e R\$ 50 mil) do valor do VaR. Assim, ao se dividir a razão entre os VaRs pela razão entre os valores negociados, obtém-se o aumento do risco por causa do aumento do efeito da liquidez. O aumento do valor gera aumento do risco (já descontado o aumento devido à alteração do valor negociado diariamente) entre 1,3% e 2,2% no caso da simulação histórica e de 14% no caso do modelo do Riskmetrics.

Esses resultados são ainda maiores caso se compare o aumento do valor negociado de R\$ 50 mil para R\$ 1,7 milhão. O aumento do risco é entre 7% e 12% no caso de simulação histórica, e de 75% no caso do modelo de Riskmetrics.

Também apresentado na tabela 4, o ajuste pela liquidez de Cosandey provoca aumento de 75% no VaR pelo modelo de Riskmetrics, para R\$ 50 mil negociados em uma ação, diariamente; 213% para R\$ 350 mil em um ativo; e 479% para R\$ 1,7 milhão. Em relação ao modelo por simulação histórica, os impactos são entre 108% e 150% para R\$ 50 mil negociados em cada ação; entre 227% e 335% para R\$ 350 mil; e entre 400% e 595% para R\$ 1,7 milhão.

O aumento do valor de R\$ 50 mil para R\$ 350 mil gera aumento do risco (já descontado o aumento devido à alteração do valor negociado) entre 54% e 76%, no caso da simulação histórica, e de 78%, no caso do modelo de Riskmetrics. Esses

resultados são ainda maiores se for considerado o aumento de R\$ 50 mil para R\$ 1,7 milhão. O aumento do risco fica entre 128% e 189% no caso de simulação histórica e é de 231% no caso do modelo de Riskmetrics.

4.5. Testes do valor em risco

Para avaliações dos modelos de ajuste pela liquidez para o VaR aplicam-se os testes de Kupiec (1995) e Christofferssen (1998), utilizando níveis de confiança de 95% e 99%. Os resultados obtidos mostram a razão entre a quantidade de ativos (ações) que não rejeitam a hipótese nula (taxa de falhas observada é igual à taxa de falhas esperada) e a quantidade total de ações testadas. Essa razão foi denominada de proporção de não-rejeição.

São criados cinco grupos de comparação. O primeiro grupo corresponde a comparar o VaR calculado pelos modelos tradicionais com os retornos observados. O segundo grupo corresponde a comparar os retornos ajustados pelo modelo de Berkowitz (2000) com o VaR calculado (ajustado) pelo mesmo modelo. De forma similar, o terceiro grupo compara o VaR e o retorno segundo o modelo de Cosandey (2001). Finalmente, supondo a aplicação de um modelo de ajuste pela liquidez — Berkowitz (2000) e Cosandey (2001) — quando o comportamento dos retornos em função da liquidez é mais bem explicado pelo outro modelo, são apresentados os dois últimos grupos: primeiro comparando o retorno segundo Cosandey com o VaR segundo Berkowitz e, a seguir, comparando o retorno segundo Berkowitz com o VaR segundo Cosandey.

Na tabela 5, apresenta-se o teste de Kupiec para o período completo (julho de 1994 a 2001), realizado a 95% de confiança, para os cinco grupos sob análise.

Na coluna **Quantidade** encontra-se a quantidade de ativos para os quais foi possível calcular a estatística de teste. Na coluna **Proporção** consta a proporção observada de não-rejeição da hipótese nula, para o nível de confiança escolhido.

O Grupo 1 corresponde aos modelos tradicionais de cálculo do risco. Apenas 36,6% dos testes realizados (correspondentes aos ativos sob análise) não rejeitam a hipótese nula, para o modelo de Riskmetrics calculado a 95% de confiança. Para um valor de 99%, apenas 8,5% dos ativos não rejeitam a hipótese nula. Para o modelo de simulação histórica, observa-se alta proporção de não-rejeição da hipótese nula, acima de 90%. A série de cálculo menor (100 dias) apresentou melhor comportamento em relação à série de 250 dias.

O Grupo 2, que corresponde à análise do modelo de Berkowitz, apresenta resultados próximos aos observados no Grupo 1, mas não melhores. O modelo de simulação histórica apresenta melhor comportamento do que o modelo Riskmetrics.

O Grupo 3, modelo de Cosandey, não apresenta bons resultados. O modelo de simulação histórica apresenta resultados melhores do que o modelo do Riskmetrics: entre 46,4% e 75,2% de não-rejeição para o primeiro e entre 7,2% e 46,0% para o segundo.

Tabela 5
Teste de Kupiec

Valor em Risco	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 4		Grupo 5	
	Quantidade	Proporção %	Quantidade	Proporção %	Quantidade	Proporção %	Quantidade	Proporção %	Quantidade	Proporção %
R\$ 50 mil — VaR SH 95% 100 dias	155	96,1	154	96,1	154	68,2	153	0,0	68	7,4
R\$ 50 mil — VaR SH 95% 250 dias	153	91,5	152	86,2	153	51,6	152	2,0	52	5,8
R\$ 50 mil — VaR SH 99% 100 dias	153	97,4	152	97,4	153	75,2	153	0,0	49	30,6
R\$ 50 mil — VaR SH 99% 250 dias	152	91,4	151	90,1	150	66,0	152	0,0	42	40,5
R\$ 350 mil — VaR SH 95% 100 dias	155	96,8	154	91,6	154	63,6	151	0,0	34	5,9
R\$ 350 mil — VaR SH 95% 250 dias	153	91,5	152	78,9	153	47,7	150	0,7	27	0,0
R\$ 350 mil — VaR SH 99% 100 dias	153	97,4	152	97,4	153	74,5	151	0,0	22	13,6
R\$ 350 mil — VaR SH 99% 250 dias	152	90,8	149	85,9	150	64,0	151	0,0	21	28,6
R\$ 1.700 mil — VaR SH 95% 100 dias	155	96,1	154	85,1	154	63,0	148	0,0	29	10,3
R\$ 1.700 mil — VaR SH 95% 250 dias	153	91,5	151	66,9	153	46,4	147	0,7	21	4,8
R\$ 1.700 mil — VaR SH 99% 100 dias	153	97,4	152	90,1	153	73,2	148	0,0	23	4,3
R\$ 1.700 mil — VaR SH 99% 250 dias	152	91,4	148	73,0	150	62,7	147	1,4	19	10,5
R\$ 50 mil — VaR RM 95%	153	36,6	152	30,9	155	7,7	155	0,6	118	8,5
R\$ 50 mil — VaR RM 99%	153	8,5	152	9,9	153	7,2	155	0,6	111	24,3
R\$ 350 mil — VaR RM 95%	153	36,6	152	25,7	149	32,2	153	0,7	76	3,9
R\$ 350 mil — VaR RM 99%	153	8,5	151	11,9	137	46,0	152	0,0	70	11,4
R\$ 1.700 mil — VaR RM 95%	153	36,6	152	21,1	138	18,8	151	0,0	61	4,9
R\$ 1.700 mil — VaR RM 99%	153	8,5	152	15,1	109	28,4	152	0,0	57	10,5

O Grupo 4 apresenta como melhor taxa de não-rejeição o valor de 2,0%. O Grupo 5, por sua vez, apresenta 40,5% como a melhor taxa de não-rejeição. Os grupos 4 e 5 correspondem a comparar o VaR calculado segundo um modelo de ajuste pela liquidez em relação ao comportamento dos retornos segundo o outro modelo, ou seja, apresentam a acurácia do VaR ajustado pela liquidez caso a escolha do modelo seja equivocada.

Quando se aplica o teste de Kupiec com 99% de confiança, os resultados (não mostrados por razões de espaço) são semelhantes aos da tabela 5, o mesmo acontecendo com a aplicação do teste de Christoffersen a 95% de confiança.

Na tabela 6 consta a evolução das estatísticas de teste para o teste de Kupiec realizado a 95% de confiança para o Grupo 1 (comparação do VaR tradicional com os retornos observados), desta vez mostrando os resultados para cada ano do período de 1994 a 2001.

Foram omitidos, por razões de espaço, os resultados dos cálculos realizados a 99% de confiança, dos testes de Christoffersen e dos testes dos demais grupos.

No período completo, houve porcentagem muito baixa de não-rejeição para o modelo de Riskmetrics, tanto para o teste de Kupiec realizado a 95% e a 99% quanto para o teste de Christoffersen para os mesmos níveis de confiança (do teste).

No entanto, nos períodos anuais os resultados não divergiram muito dos observados para o modelo de simulação histórica.

Ao analisar os períodos, observa-se que a simulação histórica com um horizonte de cálculo de 100 dias úteis apresenta proporção de não-rejeição geralmente maior do que a que utiliza 250 dias úteis para o horizonte de cálculo. Essa observação é válida para os testes de Kupiec e Christoffersen, a 95% e a 99%. Além disso, para todos os testes, geralmente o modelo de simulação histórica a 99%, série histórica de 100 dias úteis, apresenta resultados melhores.

5. CONCLUSÕES

A questão central deste artigo pode ser expressa da seguinte forma: o modelo de cálculo do risco considerando a liquidez explica melhor o comportamento do mercado acionário brasileiro após a implementação do plano Real, se comparado aos modelos de cálculo de risco que não incorporam a liquidez?

A resposta a essa questão é, pelos resultados obtidos, que o VaR ajustado pela liquidez possui menor poder de previsão de perda máxima esperada do que o VaR tradicional. Isso porque os modelos tradicionais de VaR tiveram proporções de não-rejeição da hipótese nula maiores do que os modelos com ajuste pela liquidez.

Tabela 6

Teste de Kupiec para o Grupo 1 — Comparação do VaR Tradicional com os Retornos Observados

Retorno Observado (R\$ Mil)	VaR	1994 a 2001		1994		1995		1996		1997		1998		1999		2000		2001	
		Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)	Quantidade Testada	Proporção Não-Rejeição (%)
50	SH 95% 100 dias	155	96	74	99	96	94	98	92	102	74	115	96	142	79	150	95	150	97
	SH 95% 250 dias	153	92	—	—	76	72	98	70	102	32	106	74	128	51	147	87	147	82
	SH 99% 100 dias	153	97	12	100	92	99	86	100	101	92	109	97	109	100	145	97	147	99
	SH 99% 250 dias	152	91	—	—	27	96	74	96	98	47	102	94	84	100	129	98	141	90
350	SH 95% 100 dias	155	97	74	99	96	94	98	92	102	74	115	96	142	79	150	95	150	97
	SH 95% 250 dias	153	92	—	—	76	72	98	70	102	32	106	74	128	51	147	87	147	82
	SH 99% 100 dias	153	97	12	100	92	99	86	100	101	92	109	97	109	100	145	97	147	99
	SH 99% 250 dias	152	91	—	—	27	96	74	96	98	47	102	94	84	100	129	98	141	89
1700	SH 95% 100 dias	155	96	74	99	96	94	98	92	102	74	115	96	142	79	150	95	150	97
	SH 95% 250 dias	153	92	—	—	76	72	98	70	102	32	106	74	128	51	147	87	147	82
	SH 99% 100 dias	153	97	12	100	92	99	86	100	101	92	109	97	109	100	145	97	147	99
	SH 99% 250 dias	152	91	—	—	27	96	74	96	98	47	102	94	84	100	129	98	141	90
50	RM 95%	153	37	91	91	98	89	101	86	105	93	138	79	147	84	141	45	140	21
	RM 99%	153	8	84	81	97	66	100	80	103	59	136	40	137	87	120	43	138	25
350	RM 95%	153	37	91	91	98	89	101	86	105	93	138	79	147	84	141	45	140	21
	RM 99%	153	8	84	81	97	66	100	80	103	59	136	40	137	87	120	43	138	25
1700	RM 95%	153	37	91	91	98	89	101	86	105	93	138	79	147	84	141	45	140	21
	RM 99%	153	8	84	81	97	66	100	80	103	59	136	40	137	87	120	43	138	25

No entanto, apesar de os resultados não serem suficientes para recomendar um dos modelos de ajuste do VaR pela liquidez, considera-se indispensável utilizar uma medida de risco ajustada pela liquidez como informação adicional ao risco calculado pela maneira tradicional. Nesse caso, seria recomendado o uso do modelo proposto por Berkowitz (2000), pelas razões que seguem:

- como a sensibilidade é apurada a partir de um período, ao contrário do modelo de Cosandey (2001) que considera dados diários (ou referentes ao período sob análise), o modelo de Berkowitz não será afetado por eventuais situações atípicas (*outliers*) — por exemplo, o modelo de Cosandey não é aplicável caso não tenha havido negociação em algum determinado dia (ou período) de referência, enquanto o modelo de Berkowitz permanece utilizável, uma vez que já tenha sido apurado o fator de sensibilidade à negociação;
- uma vez apuradas as sensibilidades, a utilização do modelo é mais simples, já que a aplicação da sensibilidade ao volume gera a correção a ser feita nos retornos, a partir do que o cálculo do VaR será feito — o modelo de Cosandey envolve conjunto maior de dados, bem como a aplicação de uma fórmula,

função do volume financeiro e da quantidade negociada em cada ativo que se deseje corrigir pela liquidez;

- o efeito do ajuste do VaR pela liquidez do modelo de Berkowitz apresentou resultados significativamente melhores do que os do modelo de Cosandey. Além disso, os resultados obtidos (o VaR calculado pelos modelos) correspondem melhor aos resultados esperados a partir da revisão da literatura.

O modelo de Riskmetrics apresentou, em geral, resultados piores do que o de simulação histórica, embora para alguns períodos específicos o contrário tenha ocorrido. Isso parece indicar a necessidade de revisão periódica da adequação do modelo de apuração do valor em risco, seja alternando o horizonte de cálculo do valor em risco por simulação histórica, seja alternando o grau de confiança, seja alternando entre modelos do Riskmetrics e de simulação histórica. Além disso, esse estudo deve ser feito para um *portfolio* compatível com a carteira sobre a qual se deseja avaliar o risco.

Concluiu-se, também, que o modelo de ajuste pela liquidez de Berkowitz apresenta melhores taxas de não-rejeição do que o modelo proposto por Cosandey, apesar de o VaR sem ajuste pela liquidez apresentar taxas ainda maiores de não-rejeição. ◆

- ALMGREN, Robert; CHRIS, Neil. Value under liquidation. *Risk*, v. 12, n. 12, p.61-63, Dec. 1999.
- BANGIA, Anil; DIEBOLD, Francis X.; SCHUERMANN, Til; STROUGHAIR, John D. *Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management*. The Wharton Financial Institutions Center, The Working Paper Series, Nov. 1998. p.1-16.
- _____. Liquidity on the outside. *Risk*, v. 12, n. 6, p. 68-73, June 1999.
- BERKOWITZ, Jeremy. Breaking the silence. *Risk*, v.13, n.10, p.105-108, Oct. 2000.
- BERNSTEIN, Peter L. Stock market risk in a post Keynesian world. *Journal of Post Keynesian Economics*, v.21, n.1, p.1-5, Fall 1998.
- BLACK, Fischer. Toward a fully automated exchange, Part I. *Financial Analysts Journal*, v.27, n.4, p.29-44, July/Aug. 1971.
- COSANDEY, David. Adjusting value-at-risk for market liquidity. *Risk*, v. 14, n. 10, p.115-118, Oct. 2001.
- CHRISTOFFERSEN, Peter F. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, v.39, n.4, p.841-862, Nov. 1998.
- DIAMOND, Douglas W. Debt maturity structure and liquidity risk. *Quarterly Journal of Economics*, v.CVI, n.3, p.709-737, Aug. 1991.
- ENGLE, Robert F.; LANGE, Joe. *Measuring, forecasting and explaining time varying liquidity in the stock market*. National Bureau of Economic Research, Cambridge, NBER Working Paper Series, Working Paper 6129, 1997. p.1-22.
- ERWAN, Le Saout. Incorporating liquidity risk in VaR models. Jan. 2001.
- GROSSMAN, Sanford J.; MILLER, Merton H. Liquidity and market structure. *The Journal of Finance*, v.XLIII, n.3, p.617-633, July 1988.
- J.P. MORGAN. *Riskmetrics™* — technical document. New York, 4.ed. Banco J.P. Morgan, Dec. 17 1996.
- JARROW, Robert; SUBRAMANIAN, Ajay. Mopping up liquidity. *Risk*, v. 10, n. 12, p.170-173, Dec. 1997.
- JORION, Philippe. Risk²: measuring the risk in value at risk. *Financial Analysts Journal*, v.52, n. 6, p.47-56, Nov./Dec. 1996.
- _____. *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- KAMARA, Avraham. Liquidity, taxes, and short-term Treasury yields. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v.29, n.3, p.403-417, Sept. 1994.
- KUPIEC, Paul. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, v.2, p.73-84, Dec. 1995.
- LONGSTAFF, Francis A. Optimal portfolio choice and the valuation of illiquid securities. July 1999.
- NESS, Walter L., Jr. Determinantes de variância do retorno de ações no mercado acionário brasileiro. *Revista Brasileira de Mercado de Capitais*, Rio de Janeiro, v.3, n.9, p.355-384, set./dez. 1977.
- PERSAUD, Avinash. The liquidity puzzle. *Risk*, v. 13, n. 6, p. 64-66, June 2000.

Liquidity adjusted VaR in Brazilian equity markets

Value-at-Risk (VaR) has been widely used as a mean to gauge risk, regardless of the relative size effect of the portfolio, as analyzed against the market. By adopting this type of model, one is accepting the hypothesis that all assets can be liquidated within a certain period of time, called horizon, for which VaR has been calculated. It is also possible to use different VaR horizons compatible with the least liquid instrument of the analyzed portfolio. In this case, however, one would not be taking into account the differentiated effects of each instrument's liquidity. Herein our goal is to access whether VaR models considering market liquidity are more adequate in measuring and controlling the risk of stocks than those not taking it into consideration.

Uniterms: liquidity, value-at-risk, Riskmetrics, historical simulation, liquidity adjusted VaR.

El valor en riesgo por liquidez aplicado en el mercado de acciones brasileño

El concepto de Valor en Riesgo (VaR) se ha utilizado extensamente para evaluar riesgos de inversiones sin que se haya llevado en cuenta, no obstante, el efecto del tamaño relativo de las posiciones de la cartera analizada en relación con el mercado. Al adoptarse ese tipo de modelo, se acepta la hipótesis de que es posible liquidar posiciones a lo largo del plazo para el cual se ha calculado el VaR. Para disminuir ese problema, se puede trabajar con plazos para el VaR compatibles con el activo menos líquido de la cartera. En este caso, no se estarían considerando los efectos diferenciados de la liquidez de cada papel. Se pretende evaluar si modelos de Valor en Riesgo que consideran la liquidez del mercado presentan mejores resultados en la evaluación y en el control de riesgos de activos (acciones) que los modelos que no tienen en cuenta el plazo normalmente necesario a la liquidación de las posiciones.

Palabras clave: la liquidez, valor en riesgo, Riskmetrics, simulación histórica, el VaR por liquidez.