
Conceitos de "hedge" em mercados futuros

Rodrigo De Losso da Silveira Bueno

No presente trabalho, discute-se o conceito econômico de *hedge* e suas implicações. Uma discussão teórica relevante é saber se um agente operando com contratos futuros, agente esse que produz, vende ou compra o bem negociado no contrato futuro, está especulando ou agindo defensivamente contra variações de preço — *hedge*. Várias definições possíveis de *hedge* são apresentadas, tentando-se escolher a que melhor se encaixa na moderna teoria de carteiras. Em seguida, deriva-se a taxa de *hedge* de variância mínima para verificar se ela é compatível com a definição proposta.

Ederington (1979) parece ter sido o primeiro autor a sistematizar os conceitos de *hedge* usados atualmente. Como enfatiza o autor, é possível fazer *hedge* usando o mercado de balcão, mas um mercado futuro organizado facilita as transações, na medida em que padroniza um contrato e substitui o risco de inadimplência do agente pelo risco de inadimplência da bolsa, isto é, diminui efetivamente o risco dos agentes que participam desses mercados.

É importante definir exatamente o conceito de *hedge*, por ser ele, às vezes, mal-interpretado. Na literatura especializada encontram-se, pelo menos, três teorias para conceituar o que vem a ser *hedge* ou processo de *hedging*: Teoria Tradicional de *Hedging* ou *Hedge* Ingênuo; Teoria de Working; e Teoria de Carteira e *Hedge*. A cada conceito de *hedge* corresponde uma maneira de calcular a taxa ótima de *hedge*. De modo geral, pode-se entender *hedge* como uma operação de proteção em que o agente toma determinada posição para evitar ou diminuir variações de preço e, assim, de sua riqueza.

No próximo tópico, apresenta-se o conceito tradicional de *hedge*. No seguinte, busca-se entender como Working define o conceito de *hedge*. Em seguida, define-se *hedge* conforme as teorias mais comuns. No tópico a seguir, discute-se a moderna conceituação e o cálculo do *hedge* para, em seguida, defini-lo à luz das práticas modernas, buscando responder a pergunta que motivou o estudo. No último tópico, conclui-se este trabalho.

TEORIA TRADICIONAL DE HEDGING OU HEDGE INGÊNUO

Nesta teoria, enfatiza-se o risco potencial a ser evitado. Toma-se uma posição no mercado futuro em igual magnitude e em sinal oposto à posi-

O autor agradece aos Professores Vera Fava, Décio Kadota, Armênio S. Rangel e Denisard Alves e ao parecerista que avaliou este texto, pelas suas sugestões, e, em particular, ao Professor José C.S. Santos, por seus valiosos comentários, visto que consideráveis melhorias foram feitas a partir deles.

Recebida em 16/agosto/2001

Aprovada em 24/abril/2002

Rodrigo De Losso da Silveira Bueno, Doutorando em Economia na *The University of Chicago*, Chicago, Estados Unidos, é Professor de Finanças e Econometria do MBA da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE), São Paulo, Brasil, e Consultor PR&A.
E-mail: delosso@usp.br

ção presente — *cash market*. Nesse sentido, a posição presente pode significar, por exemplo, assumir um contrato futuro de entrega de um produto; assim, o fato de estar produzindo esse produto significa que o agente está comprado naquele bem, e a outra parte do contrato estaria vendida.

A definição do conceito de base é apresentada adiante.

Definição 1 – Base

Base é a diferença entre o preço à vista e o preço futuro em t :

$$B_t = s_t - f_t \quad [1]$$

onde:

B_t é a base em t ;

s_t é o preço à vista (*spot*) em t ;

f_t é o preço futuro em t com vencimento em $t+k$, $k > 0$.

No gráfico 1 procura-se tornar mais claro o conceito proposto.

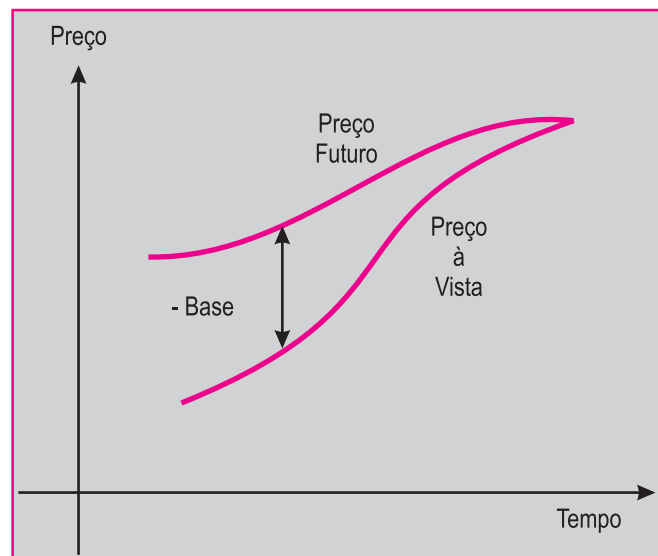


Gráfico 1: Gráfico da Base

A base será diferente de acordo com a maturidade do contrato futuro. O ganho líquido, ou a perda líquida, de uma posição é dado pelas expressões [2] e [3], a seguir definidas.

$$u_t = q_u(s_t - s_{t-1}) \quad [2]$$

onde:

u_t representa a variação do valor de uma posição sem proteção em t em relação a $t-1$;

q_u é a quantidade do bem mantida sem proteção.

Se o indivíduo assume alguma posição no mercado futuro, então seu ganho, ou prejuízo, é dado por:

$$h_t = q_u[(s_t - s_{t-1}) - (f_t - f_{t-1})] \quad [3]$$

onde:

h_t significa a variação do valor de uma posição protegida em t em relação a $t-1$.

Convenciona-se o seguinte: se $q_u > 0$, diz-se que a posição é comprada em $t-1$; do contrário, a posição será vendida. Assim, se $h_t > 0$, esse agente terá ganho líquido ou lucro. Se $h_t < 0$, o agente incorrerá em prejuízo.

Na teoria tradicional de *hedging*, a posição que o agente toma no mercado futuro é de igual tamanho de sua posição presente, mas em sinal contrário. Fundamenta-se essa decisão sob o argumento de que os preços à vista e futuro se movem ao mesmo tempo e na mesma direção, de sorte que o valor absoluto de h_t seja menor do que o de u_t ou que $\text{Var}(h) < \text{Var}(u)$, onde $\text{Var}(\cdot)$ é o operador variância. Essa hipótese é extremamente forte e, certamente, muito difícil de ocorrer na prática, mas muitos autores assim a apresentam, entre eles Daigler (1993, cap.10), Edwards & Ma (1992, p.131 e seguintes), Working (1953; 1962) e Park & Switzer (1995).

Outra maneira de entender a expressão [3] é em termos de variação da base, pois:

$$DB_t \circ B_t - B_{t-1} = Ds_t - Df_t \quad [4]$$

onde:

DB_t indica variação da base em t .

Assim, [3] pode ser reescrita como:

$$h_t = q_u DB_t \quad [5]$$

Ao agente comprado interessaria uma variação positiva da base, e ao agente vendido uma variação negativa. Em outras palavras, o ganho econômico é dado pela variação da base. Por essa teoria (tradicional) pode-se, então, definir o conceito de *hedge* perfeito.

Definição 2 – Hedge Perfeito I (Ederington, 1979)

Diz-se que um *hedge* é perfeito quando a variação da base é zero. Analiticamente, ter-se-ia que o *hedge* perfeito pressupõe:

$$DB_t = 0 \quad [6]$$

A definição implica que existe uma operação de **hedge se o agente compra (vende) contratos futuros na**

mesma proporção que sua posição presente (futura) e que esse *hedge* será perfeito se a variação da base for nula, caso em que seus ganhos serão zero. Na prática, todavia, é muito difícil assumir que a variação da base é nula, ou seja, que os preços futuros variarão na mesma direção e na mesma intensidade que os preços à vista. Se os preços à vista e futuro tivessem a mesma variação absoluta todos os dias, até o vencimento do contrato, o preço futuro teria de ser igual ao preço à vista durante a vigência do contrato para que ambos terminassem com preços iguais, pois, do contrário, haveria oportunidades de arbitragem. De fato, segundo Working (1953, p.321), "Uma das principais fontes de noções equivocadas de *hedging* é a **prática convencional** de ilustrar o *hedging* com um exemplo hipotético no qual se supõe que os preços futuro e à vista, tanto na compra como na venda, subam ou desçam no mesmo montante" [grifo deste autor].

TEORIA DE WORKING: O HEDGER ESPECULADOR

Os resultados apresentados no tópico anterior podem ser resumidos na seguinte idéia: o *hedger* quer apenas minimizar os riscos, não lhe importando o que ocorre com os retornos. Em outras palavras, se ele conseguir uma posição em que o risco de perda é zero, $DB_t = 0$, simultaneamente também estará obstruindo qualquer ganho positivo.

Working (1953; 1962) desafiou essa hipótese, afirmando que o *hedger* maximiza sua expectativa de retorno. Segundo ele, os especuladores e *hedgers* não teriam, fundamentalmente, motivações distintas entre si. Logo, os *hedgers* parecer-se-iam especuladores, pois iriam manter posições em ambos os mercados, uma vez que estariam preocupados com a variação relativa dos preços à vista e futuro e não com sua variação absoluta (Ederington, 1979).

No sentido dado por Working (1953; 1962), o *hedger* seria o agente que estivesse envolvido, de alguma maneira, com a produção, o armazenamento ou o processamento de um bem para venda final, enquanto o especulador seria o agente não-envolvido com essas atividades. Logo, *hedgers* comprados ($q_u > 0$) esperariam que a base viesse a subir, de sorte que o preço à vista ao longo do tempo ficasse maior do que o preço futuro, ensejando algum ganho econômico.

Embora Eckwell, Milgate & Newman (1987) afirmem que o processo de *hedging* tipicamente se refere a uma transação em mercados futuros empreendida para reduzir o risco intrínseco à atividade relativa ao bem objeto do contrato, eles sustentam que a visão expressa por Working (1953; 1962) não é necessariamente inconsistente com a interpretação tradicional de *hedge* (pela qual há esforço em transferir o risco de preço inerente a manter estoques àqueles dispostos a assumi-los, em troca de algum retorno

positivo). Não obstante, essa interpretação significa que o *hedge* não implica, necessariamente, reduzir o risco total ao qual o *hedger* está exposto.

Explicitamente, Working (1953, p.325) afirma: "... ao contrário da impressão comum, *hedging* (...) não é propriamente comparável com seguro. É um tipo de arbitragem (...), *hedging* não elimina riscos advindos da variabilidade dos preços (...), *hedging* não é necessariamente feito para a redução de riscos".

Portanto, para Working (1953) não há, necessariamente, uma relação direta entre o significado etimológico das palavras *hedge* ou *hedging* (proteção ou ato de proteger-se, em inglês) com o ato de fazer *hedge* ou o processo de *hedging*, na prática, tomando alguma posição nos mercados futuros.

CONCEITOS DE HEDGE

De acordo com o relatado anteriormente, parece contraditório usar a palavra *hedge* quando se tomam posições especulativas, como na teoria apresentada por Working (1953; 1962). Por outro lado, tomar uma posição contrária em igual magnitude à posição à vista pode trazer prejuízos passíveis de serem evitados.

Assim, para conceituar *hedge* é preciso estabelecer algumas premissas. Primeiro, definem-se as características de um *hedger* típico.

Definição 3 – Hedger

Agente econômico que possui (posição comprada) ou vai possuir (posição vendida) o bem objeto de *hedge*, avesso ao risco, que assume uma posição nos mercados futuros para se proteger contra flutuações de preço, sendo sua expectativa de ganhos nula, exceto quando o vencimento da obrigação coincide com o vencimento do contrato.

Expectativa de ganhos nula significa que:

$$E(DB_t) = 0 \quad [7]$$

onde:

$E(.)$ é o operador esperança⁽¹⁾.

Conseqüentemente, se houver algum agente no mercado futuro envolvido com a produção, a estocagem ou o processamento de um bem e que transacione nos mercados futuros com o objetivo de obter algum ganho (isto é, $E(DB_t) \neq 0$), esse agente não será considerado *hedger*, mas especulador. Por outro lado, como todo especulador que não possui o objeto do contrato futuro objetiva apenas obter ganhos, não é possível que ele seja um *hedger*. A Definição 3 para *hedger* contrasta com a de Working (1953; 1962), que se baseava nas atividades principais

dos agentes para classificá-los; aqui, porém, os agentes são classificados segundo seus objetivos econômicos.

Quando o contrato futuro vencer na mesma data da obrigação do *hedger*, $s_t = f_t$, o agente conhecerá exatamente qual o preço futuro da data de seu compromisso, caso em que $h_t = -q_u B_{t-1}$. Sabendo disso, o agente será considerado *hedger*, mesmo que obtenha ganho. No entanto, na prática, essa possibilidade é remota, tanto porque a data de vencimento pode ser uma das outras datas do mês⁽²⁾ quanto porque a existência da arbitragem no mercado futuro, supostamente eficiente, elimina os ganhos extraordinários que o *hedger* pudesse obter.

Assim, definidas as características e o objetivo do *hedger*, pode-se definir as premissas do conceito de *hedge*, que precisa de duas condições fundamentais:

- que o objeto de *hedge*⁽³⁾ seja idêntico ao objeto do instrumento de *hedge*⁽⁴⁾ (contrato futuro);
- que a data de liquidação do *hedge* seja idêntica à do horizonte do instrumento.

Se essas duas condições forem satisfeitas, conhece-se com certeza o preço na data da obrigação do bem objeto de *hedge*. Sendo assim, define-se o conceito de *hedge* puro.

Definição 4 – Hedge Puro

Diz-se que um *hedge* é puro se o objeto e a data de liquidação do *hedge* forem idênticos aos do instrumento de *hedge*.

Na prática é muito difícil que o bem objeto de *hedge* seja idêntico ao do instrumento. Nesse caso, é comum usar um contrato futuro, cujo objeto tenha características muito próximas às do objeto do *hedge*. Pode ser usado, também, outro contrato qualquer, na tentativa de proteger-se contra as flutuações não desejadas de preço. Mais uma vez, é preciso que o agente possua ou vá possuir o bem objeto de *hedge* para que uma operação seja considerada como tal. Pode-se, então, definir o *hedge* cruzado.

Definição 5 – Hedge Cruzado

Diz-se que um *hedge* é cruzado quando o bem objeto de *hedge* é diferente do objeto do instrumento de *hedge*. No *hedge* cruzado não se exige que a data de liquidação da obrigação seja idêntica à do instrumento.

Por exemplo, a cotação do dólar comercial de mercado é diferente da cotação do dólar objeto do contrato futuro de dólar comercial. A taxa de câmbio objeto do contrato futuro é a P_{tax} , divulgada pelo Banco Central do Brasil a partir da média dos preços dos negócios feitos durante o dia. Nesse caso, usando-se a Definição 5 no sentido estrito, para o dólar existiria apenas *hedge* cruzado. Na prática,

contudo, quando o bem objeto de *hedge* e o do contrato futuro são muito semelhantes, como no exemplo, ignora-se esse preciosismo.

No caso em que o objeto de *hedge* é o mesmo, ou quase o mesmo, que o objeto do instrumento, mas o horizonte é diferente, define-se simplesmente o *hedge* normal, como descrito a seguir.

Definição 6 – Hedge Normal

O *hedge* é a estratégia usada pelo *hedger* para evitar flutuações indesejadas de preços, quando a data de liquidação do *hedge* é distinta da do instrumento.

Analiticamente, a definição de *hedge* normal implica a satisfação da condição [7]. De fato, como a data de liquidação não é a mesma que a do instrumento, importa somente a expectativa com relação ao preço futuro.

Se for adicionado o conceito de *hedge* à Definição 2, obtem-se o conceito de *hedger* perfeito II.

Definição 7 – Hedge Perfeito II

Diz-se que o *hedge* é perfeito quando o *hedger* consegue eliminar as possibilidades de ganhos ou perdas futuros; caso contrário, diz-se que o *hedge* é imperfeito.

O *hedge* perfeito II implica duas condições analíticas simultâneas:

$$E(DB_t) = DB_t = 0 \quad [8]$$

Portanto, segundo a Definição 7, se o *hedger* fizer um *hedge* cujo preço contratado lhe possibilite, de alguma maneira, qualquer ganho, então o *hedge* pode ser puro, mas não será perfeito; de fato, será puro e imperfeito. Além disso, o conceito de *hedge* perfeito implica que o agente possua ou vá possuir o bem objeto dessa operação. Para obter um *hedge* perfeito II, cujo objeto é o mesmo do instrumento do *hedge*, é necessário que o *hedger* negocie um número de contratos tal que elimine suas possibilidades de ganhos ou perdas, isto é, que a variação de preços dessa data até a liquidação seja tal que os ganhos sejam nulos. Assim, o *hedge* perfeito é praticamente impossível de ocorrer na prática.

Desse modo, neste trabalho será usado o conceito de *hedge* normal dado pela Definição 6. Nesse sentido, o conceito enquadrar-se-ia quase sempre como um *hedge* imperfeito, não puro.

Resumindo, cada conceito de *hedge* assume um conjunto de condições a serem satisfeitas. Isso é explicitado no quadro 1; por exemplo, se o objeto e o instrumento de *hedge* são requeridos iguais, então o sinal de = aparece.

A simples observação do quadro 1 permite verificar que alguns *hedges* podem pertencer a mais de uma cate-

Quadro 1
Condições para Cada Hedge

Hedge	DB_t	$E(DB_t)$	Objeto Versus Instrumento	Data da Liquidação Versus Horizonte do Instrumento
Perfeito I	0	nr	nr	nr
Puro	nr	nr	=	=
Cruzado	nr	nr	1	nr
Normal	nr	0	@	1
Perfeito II	0	0	nr	nr

Legenda: nr – parâmetro não restrito
= – iguais
1 – diferentes
@ – quase iguais

goria. Pode-se verificar, também, que o *hedge* perfeito II é um caso particular do *hedge* perfeito I. Note, finalmente, que os *hedges* puro e normal, puro e cruzado, e cruzado e normal são absolutamente incompatíveis entre si.

Essas várias definições de *hedge* mostram a necessidade de definir tal conceito corretamente, para evitar confusões. Quando se discute o *hedge*, a confusão é comum; usa-se um conceito pensando-se em outro. Em particular, troca-se o conceito de *hedge* normal pelo de *hedge* perfeito.

TEORIA MODERNA DE HEDGE: UTILIDADE MÉDIA-VARIÂNCIA

As duas teorias de *hedge* vistas nos tópicos “Teoria tradicional de *hedging* ou *hedge* ingênuo” e “Teoria de Working: o *hedger* especulador” são muito restritivas. No primeiro caso, quando se faz *hedge*, compra-se um número de contratos que seja de magnitude igual à da posição à vista. No segundo caso, ou se faz *hedge* ou não, conforme as expectativas de variação da base.

Neste tópico, relaxam-se ambas as hipóteses, permitindo que uma parte dos ativos seja protegida nos mercados futuros e a outra não, explicando muitas contradições obtidas por Working (1953; 1962), e mostrando por que está em concordância com a definição de *hedge* dada no tópico anterior.

As primeiras tentativas de unificar as teorias de *hedge* apresentadas devem-se a Johnson (1960) e Stein (1961). Eles integraram a tradicional teoria de aversão ao risco com a hipótese de Working, de esperança de maximização de lucro. Em outras palavras, eles simplesmente aplicaram a noção de utilidade média-variância de Markowitz e foram capazes de explicar por que agentes envolvidos com a produção, a estocagem e o processamento de bens, supostamente *hedgers*, manteriam posições parcialmente

protegidas. Ao fazer isso, descobriram que o objetivo de minimizar os riscos implica uma posição ótima de contratos futuros. Adicionalmente, dependendo de sua curva de utilidade, o agente até aceitaria alguns riscos.

É preciso definir uma função utilidade representativa para os agentes que participam dos mercados futuros, a fim de que se possa maximizar essa função e encontrar a quantidade de contratos futuros que torna a utilidade máxima, e, simultaneamente, que permita assumir o menor risco possível, objetivo final do *hedger*. Definir a função utilidade é tarefa extremamente complicada. Geralmente, escolhe-se uma função utilidade que tenha certas propriedades desejáveis e que seja teoricamente aceitável.

Duffie (1989) propõe a seguinte função utilidade como representativa dos agentes de mercado:

$$u(x) = E(x) - r \text{Var}(x) \quad [9]$$

onde:

$u(\cdot)$ é a utilidade proporcionada pelo *payoff* x ;
 $r > 0$ é o coeficiente de aversão ao risco.

Esse modelo mostra que quanto maior a esperança de x , maior a utilidade, mantida a variância constante. Por outro lado, admitindo-se que a variância seja uma medida de risco incorrida pelo agente, verifica-se que quanto maior esse risco, menor a utilidade, mantida a esperança constante. Nas palavras de Duffie (1989), apesar da simplicidade da função utilidade proposta, ela oferece soluções simples e, às vezes, naturais para o problema de escolha ótima para uma posição futura.

Para entender o desenvolvimento teórico adiante, define-se o *payoff*, ignorando custos de transação. Primeiro, o ganho líquido total será⁽⁵⁾:

$$X_t = q_{u,t}(s_t - s_{t-1}) + q_{h,t}(f_t - f_{t-1}) \quad [10]$$

onde:

$q_{u,t}$ é a quantidade do ativo em caixa mantido de $t-1$ a t ;
 $q_{h,t}$ é a quantidade do ativo protegido de $t-1$ a t .

Em [10] é fácil verificar que se a posição futura for igual à presente, mas em sentido inverso, volta-se a [3]. Fixando a quantidade da posição presente e colocando em evidência resulta:

$$\frac{X_t}{q_{u,t}} \circ x = Ds_t - b(Df_t) \quad [11]$$

onde:

$s_t - s_{t-1} \circ Ds_t$;
 $f_t - f_{t-1} \circ Df_t$;

$b \circ -\frac{q_h}{q_u}$ é a proporção da posição à vista sob proteção mantida em t ou, ainda, a taxa de *hedge*.

Omite-se o subscrito t em x , b , q_u e q_h por economia de notação, mas deve ser entendido que existe uma taxa b para cada t . Note que b em geral é positivo, pois q_h normalmente tem sinal inverso a q_u . Por exemplo, se o *hedger* vende contratos futuros em $t-1$, q_h representa posição vendida em $t-1$ e comprada em t no mercado futuro, de acordo com as convenções aqui adotadas. Além disso, s_{t-1} e f_{t-1} são conhecidos, pois a posição em contratos futuros é assumida em $t-1$.

Definido o *payoff*, o objetivo do agente é maximizar a função utilidade:

$$\max_b V(b) \circ u[Ds_t - bDf_t] \quad [12]$$

Desenvolvendo a utilidade acima com respeito a [9], tem-se:

$$\begin{aligned} u[Ds_t - bDf_t] &= \\ &= E(Ds_t) - bE(Df_t) - r[s_s^2 + b^2s_f^2 - 2bs_{s,f}] = \\ &= C - Bb - Ab^2 \end{aligned} \quad [13]$$

onde:

s_s^2 é a variância da variação dos preços à vista;
 s_f^2 é a variância da variação dos preços futuros;
 $s_{s,f}$ é a covariância da variação dos preços à vista com a variação dos preços futuros;
 $C = E(Ds_t) - rs_s^2$;
 $B = E(Df_t) - 2rs_{s,f}$;
 $A = rs_f^2$.

Da utilidade definida arbitrariamente em [9], derivou-se uma função utilidade quadrática, de modo que a demanda por ativos de risco depende apenas da média e da variância da carteira (conforme Huang & Litzenberger, 1988). Nota-se que ela é bastante conveniente, pois $A > 0$, de maneira que a função tem máximo global.

O ponto de máximo é dado por:

$$\begin{aligned} b^* &= -\frac{B}{2A} = -\frac{E(Df_t)}{2rs_f^2} + \frac{s_{s,f}}{s_f^2} \text{ e } b^* = \\ &= b^* [E(Df_t), r, s_f^2, s_{s,f}] \end{aligned} \quad [14]$$

onde o asterisco indica valor ótimo.

A condição de segunda ordem fica:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial b^2} = -2rs_f^2 < 0 \quad [15]$$

As duas parcelas componentes do b ótimo têm interpretação própria:

- $\frac{E(Df_t)}{2rs_f^2}$ é o componente de demanda especulativa pura. Se o preço futuro aumentar, aumenta-se a demanda especulativa pura e reduz-se a posição sob proteção. Se a taxa de aversão ao risco ou se a volatilidade da variação do preço futuro aumentar, reduz-se o componente de demanda especulativa, aumentando-se a taxa de *hedge*.
- $\frac{s_{s,f}}{s_f^2}$ indica o componente devido à demanda pura por *hedge*. Quando a variação do preço à vista e a do preço futuro são negativamente correlacionadas, reduz-se a posição sob *hedge*. Situação análoga ocorre para a correlação positiva. No quadro 2 resume-se, esquematicamente, os resultados para a variação na taxa de *hedge*. Para fins de análise, assuma $E(Df_t) > 0$.

Quadro 2

Sentido da Variação de b

	$E(Df_t)$	$r^{(*)}$	$s_f^2^{(*)}$	$s_{s,f}$
$s_{s,f} > 0$	-	+	+/-	+
$s_{s,f} < 0$	-	+	+	+

Notas: * O sinal muda conforme mudar o sinal de $E(Df_t)$.

Do ponto de vista gráfico, é interessante observar qual o *locus* dos pontos de b . O gráfico 2 mostra a fronteira eficiente de *hedge* para as diversas curvas de utilidade e respectivas taxas de *hedge* (Edwards & Ma, 1992; Ederington, 1979; Cecchetti, Cumby & Figlewski, 1988).

Em h_* encontra-se o *hedge* de variância mínima. Em h_{**} encontra-se a utilidade máxima do especulador avesso ao risco. E assim por diante.

Na prática, é difícil calcular o componente de especulação pura. Admite-se que o componente de especulação pura seja zero, assumindo-se que os preços futuros seguem um processo de diferença martingal (Spanos, 1986, p.144-147).

$$E(Df_t | D_{t-1}) = -E(f_{t-1} | D_{t-1}) = f_{t-1} - f_{t-1} = 0 \quad [16]$$

onde:

$\{D_t, t \in T\}$ é uma seqüência crescente de σ -álgebras.

Note que muitos modelos de finanças assumem que os preços à vista também são um passeio aleatório (Campbel,

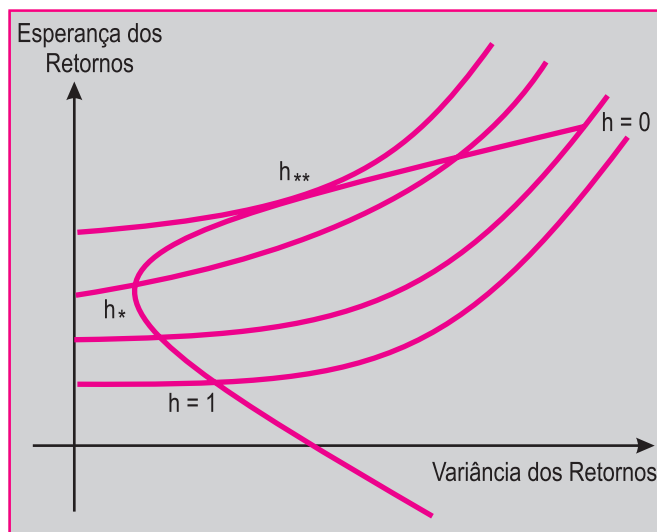


Gráfico 2: Fronteira Eficiente de Hedge (b vs h)

Lo & MacKinlay, 1997). Logo $E(DB_t) = 0$, satisfazendo a definição de *hedge* normal e considerando que o objeto do contrato é aproximadamente igual ao bem objeto do *hedge*.

Em outras palavras, assumir, do ponto de vista prático, que os preços futuros (ou à vista) são diferença martingal, simplesmente significa que a melhor previsão para o preço de amanhã é o preço de hoje, ou seja, a hipótese de diferença martingal implica que a formação de preços é não-viesada. Caso o mercado futuro seja viesado, de sorte que [16] não seja válida, a taxa de mínima variância continuará sendo dada pela equação [17] a seguir, mas não estará na fronteira eficiente de *hedge* (Myers & Thompson, 1989). A função utilidade poderia, por sua vez, ser convenientemente especificada de modo a incorporar uma média de variações de retornos não nula.

Assim, considerando que a diferença martingal seja válida, o componente especulativo do *hedge* fica automaticamente anulado e a taxa ótima de *hedge* é simplesmente:

$$b^* = \frac{S_{s,f}}{S_f^2} \quad [17]$$

Convém lembrar que os resultados obtidos anteriormente são devidos àquela especificação da função utilidade. No entanto, se apenas se quiser encontrar o ponto de **mínima variância** da expressão [11], o resultado [17] permanece válido, com condição de segunda ordem plenamente satisfeita, pois:

$$\frac{\partial^2 \text{Var}(x)}{\partial b^2} = S_f^2 > 0 \quad [18]$$

Por outro lado, seguindo Ederington (1979), tome-se a expressão [11] em termos de esperança, rearranjando-a de maneira adequada:

$$E(X) = q_u [(1 - b) E(Ds_t) + bE(Ds_t) - bE(Df_t)] \quad [19]$$

A igualdade [19] pode ser reescrita como:

$$E(X) = q_u [(1 - b) E(Ds_t) + bE(DB_t)] \quad [20]$$

isto é, introduz-se a variação da base na expressão [19].

Se a variação esperada da base é zero, então o ganho, ou a perda, esperado é claramente reduzido quando $b \rightarrow 1$. Por outro lado, maximizando os retornos esperados:

$$\frac{\partial E(X)}{\partial b} = -q_u [E(Ds_t) - E(DB_t)] = 0 \Rightarrow E(Df_t) = 0 \quad [21]$$

Em outras palavras, é necessário que a condição de diferença martingal seja satisfeita para que os retornos estejam no ponto ótimo. Contudo, a condição de segunda ordem, igual a zero, não indica se o ponto é máximo ou mínimo; portanto, o *locus* de possíveis combinações do retorno esperado pode estar ou no primeiro ou no segundo quadrante (ou em ambos) do gráfico 2.

CONCLUSÃO

Mostrou-se que a taxa ótima de *hedge*, que minimiza a variância dos retornos, não contém o componente especulativo caso a condição martingal seja satisfeita. Diante disso, o agente apenas toma uma posição em contratos futuros com o objetivo de minimizar variações de preço, não auferindo ganho esperado algum, pois a esperança de variação da base é nula. Em outras palavras, se *a posteriori* houver algum ganho (ou perda) na operação de *hedge*, tal ganho (ou perda) terá sido inesperado. Sendo assim, satisfaz-se a definição de *hedge* normal proposta.

Do ponto de vista prático, isso é o que se espera de mercados eficientes. Em outras palavras, o agente que toma uma posição futura para evitar variações indesejadas da riqueza não o faz com o objetivo de auferir algum ganho. Caso contrário, ele estaria procurando, na verdade, variações desejadas de preço.

Assim, procurou-se demonstrar que tomar uma posição em futuros, mesmo não sendo na proporção um para um em relação à posição à vista, pratica-se o *hedge*, mesmo que ocorram ganhos imprevisíveis.

Procurou-se, ainda, sistematizar as possíveis definições do conceito de *hedge*, à luz das práticas atuais de mercado, com o intuito de desfazer confusões crescentes quanto ao seu uso. Nesse sentido, devem ter ficado explícitas as diferenças entre os conceitos de *hedge* normal e perfeito, formas em que comumente ocorre confusão. ♦

NOTAS

- (1) Toda esperança será sempre condicional à informação até a data de contratação.
- (2) Naturalmente, considerando-se que o contrato futuro tenha vencimentos mensais.
- (3) Bem ou ativo possuído ou a ser possuído pelo *hedger*, sujeito a variações indesejadas de preço que devem ser protegidas.
- (4) Bem ou ativo objeto do contrato futuro, por meio do qual a variação indesejada de preço será compensada.
- (5) Por facilidade de notação, apresenta-se o modelo básico com o uso de apenas um contrato futuro. Obviamente, o modelo poderia ser generalizado para vários contratos futuros, com diferentes instrumentos e datas de liquidação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAMPBELL, John Y.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. *The econometrics of financial markets*. Princeton: Princeton University, 1997.
- CECCHETTI, Stephen G.; CUMBY, Robert E.; FIGLEWSKI, Stephen. Estimation of the optimal futures hedge. *The Review of Economics and Statistics*, p.623-630, 1988.
- DAIGLER, Robert. *Managing risk with financial futures: hedging, pricing and arbitrage*. Chicago: Probus, 1993.
- DUFFIE, Darrel. *Futures markets*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1989.
- ECKWELL, John; MILGATE, Murray; NEWMAN, Peter (Eds.). *The new palgrave: a dictionary of economics*. v.2. London: MacMillan, 1987. p.444-449; 627-630.
- EDERINGTON, Louis H. The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, v.34, n.1, p.157-170, 1979.
- EDWARDS, Franklin R.; MA, Cindy W. *Futures & options*. Singapore: McGraw-Hill, 1992.
- HUANG, C.-F.; LITZENBERGER, R.H. *Foundations for financial economics*. Amsterdam: North-Holland, 1988.
- JOHNSON, Leland L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. *Review of Economic Studies*, v.27, p.139-151, 1960.
- MYERS, Robert J.; THOMPSON, Stanley R. Generalized optimal hedge ratio estimation. *American Agricultural Economics Association*, p.858-868, 1989.
- PARK, Tae H.; SWITZER, Lorne N. Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: a note. *Journal of Futures Markets*, v.15, n.1, p.61-67, 1995.
- SPANOS, Aris. *Statistical foundations of econometric modelling*. Cambridge: The University of Cambridge, 1986. 2ª parte.
- STEIN, Jerome L. The simultaneous determination of spot and futures prices. *The American Economic Review*, v.51, n.5, p.1013-1025, 1961.
- WORKING, Holbrook. Futures trading and hedging. *The American Economic Review*, v.43, p.314-343, 1953.
- _____. New concepts concerning futures markets and prices. *The American Economic Review*, v.52, p.432-459, 1962.

Nos principais rankings,
os MBAs da FIA
estão sempre entre os melhores



O melhor MBA do Brasil,
segundo a revista
América Economia*

MBAs da FIA são os melhores
no ranking da Você S/A*



*Fontes: revista América Economia (edição 238 - agosto/02) e revista Você S/A (edição 53 - novembro/02)

www.fia.com.br/mba • Tel. (11) 3815-7376