
Análise de projetos em condições de risco com a utilização da Arbitrage Pricing Theory (APT): uma aplicação no setor energético

**Vinicius Antônio Montgomery de Miranda
Edson de Oliveira Pamplona**

Recebido em setembro/1998
2ª versão em janeiro/1999

O objetivo neste trabalho é mostrar como o modelo *Arbitrage Pricing Theory* (APT), desenvolvido na década de 70 (Ross, 1976), pode ser aplicado em análise de investimentos, sendo uma alternativa aos métodos tradicionais usados para esse fim. Para se atingir esse objetivo, parte-se de um estudo realizado por Khan & Fiorino (1992) em que é feita uma comparação dos métodos tradicionais com o método *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), desenvolvido na década de 60 (Sharpe, 1964). Os dados aqui utilizados são os mesmos desse estudo, porém, em vez de usar-se o índice de mercado, como fizeram os autores para o modelo CAPM, serão utilizados três fatores para o modelo multifatorial APT: inflação e Produto Nacional Bruto (PNB) norte-americanos e taxa de juros (representada por Letras do Tesouro Americano).

INTRODUÇÃO

Khan & Fiorino (1992) analisam a viabilidade de projetos de eficiência energética, que também estão sujeitos aos riscos sistemáticos de um *portfolio* de investimentos bem diversificado contendo ações, títulos, terrenos, plantas industriais, equipamentos etc. Os métodos tradicionais utilizados na análise comparativa com o CAPM são a taxa interna de retorno (TIR) e o método *payback*. Os riscos sistemáticos aos quais seus *portfolios* estão sujeitos são: taxas de câmbio, preço de *commodities*, taxas de juros, ciclicidade da economia, acordos de comércio, desregulamentação, reformas tributárias etc. No entanto, os efeitos dos riscos sistemáticos, na maioria dos investimentos em geral e nos investimentos em eficiência energética em particular, podem ser ou não similares. Por exemplo, a eliminação do crédito de imposto no investimento reduz a atratividade tanto de investimentos em geral como de investimentos em melhorias de eficiência energética, ao passo que a queda no preço do petróleo aumenta a atratividade dos investimentos nos negócios em geral, mas não a dos investimentos nos projetos de eficiência energética. A estimativa de variação desse risco sistemático é complexa e não pode ser negligenciada na seleção dos projetos e no orçamento de capital. Por isso,

Vinicius Antônio Montgomery de Miranda é Engenheiro Eletricista com pós-graduação em Sistemas de Potência e Mestre em Engenharia de Produção pela Escola Federal de Engenharia de Itajubá (Minas Gerais). Área de concentração em Qualidade e Produtividade.
E-mail: vinicius@iee.efei.br

Edson de Oliveira Pamplona, Engenheiro Eletricista pela Escola Federal de Engenharia de Itajubá (EFEI), Economista pela Faculdade de Ciências Econômicas do Sul de Minas, Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina e Doutor em Administração pela Fundação Getúlio Vargas de São Paulo, é Professor Titular da EFEI e Consultor da Fundação de Pesquisa e Assessoramento à Indústria (Fupai).
E-mail: pamplona@iem.efei.br

faz-se necessário o uso de métodos modernos de análise de investimentos que relacionam retorno e risco.

BREVE DESCRIÇÃO DOS PROJETOS EM ANÁLISE

Os projetos de eficiência energética considerados neste estudo são independentes, mas não mutuamente exclusivos, com investimentos de capital inicial entre US\$ 25 mil e US\$ 50 mil, vida útil de oito anos, não havendo necessidade de empréstimos para a sua realização. Descreve-se a seguir cada um dos quatro projetos a serem analisados.

Projeto 1

Consiste na substituição de motores padrão por motores de alta eficiência energética em sistema de ar condicionado e sistema de exaustão, sendo:

- 6 motores de 20 HP (*horse-power*) operando continuamente para o sistema de ar condicionado;
- 6 motores de 15 HP a 50 HP operando continuamente para o sistema de exaustão.

Os motores de alta eficiência energética utilizam cerca de 5% menos eletricidade e geram economia anual de 49.829 quilowatts-horas. O preço total de compra dos novos motores é de US\$ 22 mil, e são necessários US\$ 3,6 mil para suas instalações. Portanto, o investimento inicial total do projeto é de US\$ 25,6 mil, com manutenção anual de US\$ 400.

Projeto 2

Consiste na colocação de uma película de proteção solar de baixa emissividade, no total de 1.789 metros quadrados, proporcionando economia de 173.700 quilowatts-horas de eletricidade no condicionamento de ar durante o verão e de aproximadamente 12.743 metros cúbicos de gás natural no aquecimento durante o inverno. O custo total de instalação da película é de US\$ 34,9 mil, sendo sua manutenção anual de US\$ 350.

Projeto 3

Consiste na instalação de trocadores de calor entre o sistema de ventilação e os dutos de exaustão de ar. A necessidade de ventilação do prédio é de aproximadamente 829 metros cúbicos por minuto na condição ambiental de 40° C (graus centígrados) (seco) ou 27° C (úmido) no verão e -18° C (seco) no inverno. A necessidade de exaustão do prédio é de 746 metros cúbicos por minuto em 24° C (seco) ou 17,5° C (úmido) tanto no verão como no inverno. No verão, os trocadores de calor expulsam o calor

antes do ar ventilado entrar no sistema de ar condicionado do prédio. Essa pré-refrigeração economiza 25.900 quilowatts-horas de eletricidade anualmente. No inverno, os trocadores aproveitam o calor do ar de exaustão antes de sua expulsão e transferem-no para o ar renovado que entra no sistema de ar condicionado. Esse pré-aquecimento economiza 64.979 metros cúbicos por ano de gás natural. O investimento total, incluindo a instalação dos trocadores de calor, é de US\$ 45,1 mil, com manutenção anual de US\$ 450.

Projeto 4

Consiste na instalação de refletores especulares e na retirada de lâmpadas das luminárias de teto do prédio. O sistema de iluminação do prédio tem 1.047 luminárias em centros de 6 metros quadrados, operando 60 horas por semana. Cada luminária tem 3 lâmpadas fluorescentes de 40 watts. A instalação dos refletores de alumínio anodizado nas luminárias, com a remoção de uma lâmpada de 40 watts, resulta em nível de iluminação igual ao de antes dessa remoção. Essa medida proporciona economia de 130.666 quilowatts-horas por ano de eletricidade. O investimento total desse projeto, incluindo instalação, é de US\$ 31,4 mil, com manutenção anual de US\$ 314.

CENÁRIOS ECONÔMICOS POSSÍVEIS

Khan & Fiorino (1992) consideram três cenários econômicos possíveis para o período de vida útil dos projetos, com probabilidade igualitária de ocorrência (um terço) para cada um deles. Um dos cenários apresenta preços internacionais do petróleo abaixo daqueles observados na época de seus estudos. O outro cenário apresenta preços de petróleo intermediários. O terceiro cenário apresenta preços elevados.

Cenário 1 — baixo preço do petróleo

Neste cenário é considerado um baixo preço mundial do petróleo, resultando em tendência de maior crescimento econômico, com menor inflação. Neste caso, há necessidade de importação de petróleo em consequência do maior consumo interno e da queda natural de produção que já vem ocorrendo nos Estados Unidos. A necessidade de importação passaria da ordem de 4,5 milhões de barris diários, em 1985, para cerca de 10 milhões de barris por dia, em 1995.

Cenário 2 — preço estável do petróleo (caso base)

Neste cenário é considerado o preço base do petróleo, ou seja, aquele valor estável entre o cenário possível de

uma redução de seu preço mundial e o de uma elevação de seu preço. São levados em consideração, também, a produção média americana de petróleo, o consumo e a conseqüente importação, decorrente da diferença entre produção e consumo. Neste cenário, o crescimento da economia e a inflação também são considerados em seus valores médios.

Cenário 3 — preço elevado do petróleo

Neste cenário, o preço mundial do petróleo é considerado em um valor elevado, aumentando de US\$ 23 por barril, em 1990, para US\$ 28 por barril, em 1995. São considerados, também, a queda natural da produção interna e o crescimento anual de consumo à taxa de 0,4%, resultando em importação crescente de 4,5 milhões de barris diários, em 1985, para quase 8 milhões de barris por dia, em 1995. Em conseqüência, a economia cresce a uma taxa mais moderada, com inflação mais elevada.

ANÁLISE DOS PROJETOS PELOS MÉTODOS TRADICIONAIS

Khan & Fiorino (1992) utilizam métodos tradicionais de análise de viabilidade econômica de projetos e apresentam seus resultados conforme consta na tabela 1. Esses métodos são a TIR e o tempo máximo de retorno do capital inicial investido (*payback*). Nota-se, nessa tabela, a peculiaridade dos projetos de eficiência energética que se correlacionam negativamente com o crescimento da economia. Em outras palavras, quando a economia tem maior crescimento em decorrência do menor custo do petróleo, os benefícios dos dispositivos de eficiência energética são menores e, portanto, o retorno desses projetos é menor (caso retratado no cenário 1 de cada projeto). O contrário também é observado, isto é, quando o preço do petróleo se eleva, os projetos de eficiência energética têm maior retorno (cenário 3). Essa é uma importante característica dos projetos enquanto parte de carteira de investimentos de uma empresa, pois a correlação negativa proporciona o efeito *hedging* a essa carteira.

ANÁLISE DOS PROJETOS UTILIZANDO A APT

Tendo por base os dados constantes no trabalho de Khan & Fiorino (1992), utilizar-se-á a APT para a análise de viabilidade econômica desses projetos, considerando três fatores sistemáticos no modelo multifatorial. Esses fatores são: inflação, PNB e taxa de juros da economia norte-americana.

Na tabela 2 são apresentados os valores para os três fatores, calculados como média simples dos índices dos anos escolhidos para cada cenário. Por exemplo, para os

Tabela 1

Análise dos Projetos por Métodos Tradicionais

Projetos	Cenários	Taxa Interna de Retorno (%)	Payback (Anos)
1	1	16,3	4,43
	2	17,1	4,35
	3	17,5	4,31
2	1	28,9	3,17
	2	29,7	3,12
	3	30,2	3,10
3	1	18,9	4,44
	2	19,3	4,41
	3	19,6	4,38
4	1	18,8	4,14
	2	19,5	4,07
	3	19,9	4,04

Fonte: Khan & Fiorino (1992)

cenários 1 e 3 tomou-se a média da inflação dos três anos indicados em cada um deles. No cenário 2, tomou-se a média de todos os dados disponíveis dos três fatores (de 1929 a 1994). Os dados referentes a inflação e Letras do Tesouro Americano, de 1926 a 1994, constam em Ibbotson & Sinquefeld (1995) *apud* Ross, Westerfield & Jordan (1998), enquanto os relativos ao PNB, de 1929 a 1995, estão disponíveis nas estatísticas do *US Department of Commerce* (1997).

Tabela 2

Índices Médios dos Três Fatores Considerados na Aplicação da APT

Cenários	Períodos	Letras do Tesouro (%)	PNB (%)	Inflação (%)
1	1955, 1961 e 1986	3,287	4,100	0,723
2	Média	3,700	3,436	3,200
3	1940, 1947 e 1980	3,913	2,367	7,457

O retorno do investimento em cada um dos quatro projetos analisados, em virtude desses três fatores de risco sistemático, é dado pela equação [1]:

$$r_i = \bar{r}_{INF} + \beta_{i,INF}(r_{INF} - \bar{r}_{INF}) + \bar{r}_{PNB} + \beta_{i,PNB}(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB}) + \bar{r}_J + \beta_{i,J}(r_J - \bar{r}_J) \quad [1]$$

onde:

- \bar{r}_{INF} , \bar{r}_{PNB} e \bar{r}_J são as taxas de inflação, de crescimento do Produto Nacional Bruto e de juros esperados para esses fatores de risco sistemático;

- $\beta_{i,INF}$, $\beta_{i,PNB}$ e $\beta_{i,J}$ representam a sensibilidade de retorno de cada projeto i em relação à variação de cada um dos fatores de risco sistemático;
- $(r_{INF} - \bar{r}_{INF})$, $(r_{PNB} - \bar{r}_{PNB})$ e $(r_j - \bar{r}_j)$ representam a diferença entre o valor estimado e o efetivo de cada fator de risco, para o período de vida útil do projeto. Em outras palavras, é a surpresa ou a variação inesperada que se revela em cada fator de risco.

Para se obter os parâmetros das tabelas 3 e 4, utiliza-se as equações de [2] a [5]:

$$\bar{r}_j = \sum p.r_j \quad [2]$$

$$\sigma_j^2 = \sum p(r_j - \bar{r}_j)^2 \quad [3]$$

$$\sigma_{i,j} = p(r_i - \bar{r}_i)(r_j - \bar{r}_j) \quad [4]$$

$$\beta_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_j^2} \quad [5]$$

onde:

- r_j é o valor de cada fator, em cada cenário;
- p é a probabilidade de ocorrência de cada cenário;
- \bar{r}_j é a média ponderada do valor de cada fator, considerando os três cenários;
- σ_j^2 é a variância de cada fator;
- $\sigma_{i,j}$ é a covariância do projeto i com o fator j ;
- $\beta_{i,j}$ é a sensibilidade do projeto i em relação ao fator j ;
- $(r_i - \bar{r}_i)$ é o desvio de retorno de cada projeto em relação à média;
- $(r_j - \bar{r}_j)$ é o desvio do valor de cada fator em relação à sua média ponderada.

Tabela 3
Parâmetros dos Fatores

Fator	\bar{r}_j	σ_j^2
Inflação	3,793	7,733
Taxa de Juros	3,633	0,068
PNB	3,301	0,510

Tabela 4
Parâmetros dos Projetos em Relação aos Fatores

Projetos	$\sigma_{i,j}$			$\beta_{i,j}$		
	Inflação	Juros	PNB	Inflação	Juros	PNB
1	1,307	0,130	-0,338	0,169	1,920	-0,662
2	1,429	0,139	-0,369	0,185	2,058	-0,723
3	0,776	0,074	-0,200	0,100	1,098	-0,392
4	1,205	0,118	-0,311	0,156	1,749	-0,610

Observa-se na tabela 5 que o valor efetivo de cada fator, revelado após ter transcorrido o período de vida útil dos projetos, foi calculado como sendo a média simples entre os índices de 1987 a 1994.

Tabela 5
Valores Médios Efetivos dos Fatores Durante a Vida Útil dos Projetos

Fatores	Valor Efetivo Médio de 1987 a 1994 (%)
Inflação	3,871
PNB	5,489
Taxa de Juros	2,338

Tomando a equação [1] e substituindo seus termos pelos valores obtidos, constantes nas tabelas, tem-se os seguintes resultados:

$$r_1 = 3,793 + 0,169(3,871 - 3,793) + 3,633 + 1,920(5,489 - 3,633) + 3,301 - 0,662(2,338 - 3,301) = 14,941 \quad [6]$$

$$r_2 = 3,793 + 0,185(3,871 - 3,793) + 3,633 + 2,058(5,489 - 3,633) + 3,301 - 0,723(2,338 - 3,301) = 15,257 \quad [7]$$

$$r_3 = 3,793 + 0,100(3,871 - 3,793) + 3,633 + 1,098(5,489 - 3,633) + 3,301 - 0,392(2,338 - 3,301) = 13,150 \quad [8]$$

$$r_4 = 3,793 + 0,156(3,871 - 3,793) + 3,633 + 1,749(5,489 - 3,633) + 3,301 - 0,610(2,338 - 3,301) = 14,573 \quad [9]$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os retornos obtidos pela APT, conforme calculados acima, podem ser adotados como o retorno mínimo necessário para o nível de risco de cada um dos projetos. Por exemplo, devido ao seu menor grau de risco, o projeto 3 apresenta retorno mínimo necessário menor do que o dos outros projetos. Assim, cada projeto utilizará taxa de descontos de acordo com o seu nível de risco.

Comparando a TIR de cada projeto com a sua taxa de descontos (obtida pela APT), observa-se que há excesso de retorno positivo, conforme mostrado na tabela 6. Esse excesso de retorno positivo nada mais é do que a diferença entre o retorno obtido pela TIR e a taxa de descontos obtida pela APT. Isso permite concluir que, pelo método da APT, todos os projetos analisados são considerados viáveis, concordando com a análise de Khan & Fiorino (1992) para o CAPM e discordando dos métodos tradicionais que originalmente não incorporam o risco na análise dos investimentos. Por exemplo, no método tradicional da TIR, a comparação é realizada

Tabela 6
Comparação entre os Métodos

Projetos	APT		CAPM		TIR		Payback	
	e_i	Decisão	e_i	Decisão	Taxa %	Decisão	Anos	Decisão
1	2,03	A	11,43	A	16,97	R	4,36	R
2	14,34	A	24,09	A	29,60	A	3,13	R
3	6,12	A	13,53	A	19,27	R	4,41	R
4	4,83	A	13,82	A	19,40	R	4,08	R

com uma taxa mínima única de atratividade que independe do grau de risco de cada projeto, ao contrário da APT que considera o risco de cada projeto no cálculo de seu retorno. Assim, a decisão de investimentos baseada na APT aprova (A) a execução de todos os projetos, enquanto a decisão baseada nos métodos tradicionais reprova (R) a maioria (TIR), neste caso, por apresentar retornos abaixo da taxa mínima de atratividade considerada de 20%, ou a totalidade deles (Payback), por apresentar retornos além do tempo máximo considerado de três anos.

Quando são comparados os resultados da análise pela APT com os da análise pelo CAPM, observa-se que o excesso de retorno do primeiro método é inferior ao do segundo. Isso é atribuído à maior precisão da APT. Como muitos fatores entram na composição da equação [1], a APT tem possibilidade de medir com maior precisão o retorno esperado de um projeto do que o CAPM (Bower, Bower & Logue, 1984). Ressalta-se, porém, que outros valores de excesso de retorno poderiam ser encontrados se utilizados outros fatores diferentes dos adotados neste artigo. Contudo, o resultado da análise de viabilidade parece recomendar, definitivamente, a aceitação de todos os quatro projetos.

Assim como Khan & Fiorino (1992) utilizaram o CAPM, utiliza-se aqui a APT — uma teoria criada para aplicações em mercado de capitais — na análise de alternativas de investimentos produtivos. Isso é possível e, conforme se constatou, traz a vantagem de relacionar ao retorno de cada projeto analisado os riscos a que ele está sujeito.

Uma das vantagens da APT é poder lidar com fatores múltiplos que representam melhor a realidade ou a prática diária das empresas. Assim, cada projeto de investimento, em empresas diferentes, em ramos industriais diferentes e em setores econômicos distintos, teria seu retorno calculado de forma mais realista. Os especialistas de cada área poderiam escolher, **arbitrariamente**, os fatores de risco sistemático mais apropriados que afetariam determinado projeto. Da mesma forma, poderiam escolher a sensibilidade à variabilidade do retorno de projetos aos seus fatores de risco e, ainda, o grau de aversão ao risco dos investidores. Bernstein (1997) afirma ser raro encontrar dois investidores com carteiras significativamente semelhantes,

o que realça a importância da APT em considerar a arbitragem.

Goetzmann (1997) explica que a maior diferença prática entre o CAPM e a APT está no fato de o CAPM usar apenas uma variável de risco — o mercado — no modelo, enquanto a APT usa várias variáveis ou fatores que influenciam o mercado. Portanto, o fator único do CAPM refletirá ponderadamente as variações dos fatores da APT.

Por permitir que tipos múltiplos de riscos sistemáticos, em vez de um único risco sistemático, influenciem no cálculo do retorno de ativos, Ross, Westerfield & Jaffe (1995) consideram o modelo APT como uma espécie de generalização do modelo anterior (CAPM).

No caso da análise de projetos isolados, isto é, de projetos não incluídos no *portfolio* de investimentos de uma empresa, os fatores a serem escolhidos para uso no modelo multifatorial da APT devem incluir, além dos relativos aos riscos sistemáticos, os fatores referentes aos riscos não sistemáticos, ou seja, os riscos peculiares a cada projeto. Por exemplo, se os projetos energéticos aqui apresentados estivessem sendo analisados isoladamente, um dos fatores a ser considerado na APT poderia ser o preço internacional do petróleo.

Nas equações de 6 a 9 do modelo APT calculou-se o retorno de projetos passados, cujos valor efetivo de inflação, PNB e taxas de juros no período de vida útil dos projetos já eram conhecidos. Pode-se, também, utilizá-las para a análise de futuros projetos. Nesse caso, em vez de substituir o valor efetivo dos fatores nas respectivas equações, deve-se **arbitrar** valores para cada um dos fatores, com base nas estimativas de especialistas, efetuando-se, então, o cálculo de retorno de cada projeto.

Finalmente, apesar da necessidade de maiores estudos comprovando a eficácia dos métodos modernos (CAPM e APT), recomenda-se a sua utilização como auxiliares e complementares na tomada de decisão, evitando descartar projetos economicamente viáveis reprovados na análise de viabilidade com a utilização de métodos tradicionais, que são mais conservadores (Miranda & Pamplona, 1997).

Em virtude do acirramento da competição e da escassez de recursos da economia brasileira, a opção racional de investimento, por meio da APT, pode ser decisiva para a sobrevivência da empresa ante a concorrência.

Ao contrário dos Estados Unidos, que têm economia solidamente estável e dados estatísticos confiáveis, o Brasil encontra-se em um período de estabilização recente, após um período de hiperinflação. Nesse cenário seria possível utilizar a APT, desde que tomados alguns cuidados adicionais que são explicitados em Miranda (1998). ♦

RESUMO

A incerteza é intrínseca a todo projeto a ser implantado. Em análise de projetos, os métodos tradicionais não consideram essa incerteza. Diferentemente, métodos modernos como CAPM e APT calculam a relação retorno-risco de projetos. Neste artigo, analisa-se projetos de eficiência energética apresentados em estudo de caso por Khan & Fiorino (1992), usando a abordagem APT e comparando-a com métodos tradicionais. Os resultados dessa análise cruzada (*cross analysis*) apontam para conclusões econômicas diferentes. A APT pode ajudar o decisor a utilizar-se de oportunidades de risco enquanto os métodos tradicionais são conservadores e rígidos.

Palavras-chave: Arbitrage Pricing Theory, retorno e risco, investimento.

ABSTRACT

Uncertainty is intrinsic to every project to be done. In project analysis, the traditional methods do not consider this uncertainty. Otherwise, modern methods like CAPM and APT calculate the return-risk relationship of projects. This paper analyses energy efficiency projects presented in Khan and Fiorino (1992) case study, using the APT approach and comparing it with traditional methods. The results of this cross analysis lead to different economic conclusions. The APT can help the decision-maker make use of risky opportunities while the traditional methods are conservative and robust.

Uniterms: Arbitrage Pricing Theory, return and risk, investment.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERNSTEIN, P.L. *Desafio aos deuses — a fascinante história do risco*. Rio de Janeiro, Campus, 1997. [Tradução: Ivo Korytowski]
- BOWER, D.H.; BOWER, R.S.; LOGUE, D.E. A primer on arbitrage pricing theory. *The Midland Journal of Corporate Finance*, v.2, n.3, p. 31-40, 1984.
- GOETZMANN, W.N. *An introduction to investment theory*. Yale School of Management, <http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes>, 1997.
- KHAN, A.M. & FIORINO, D.P. The capital asset pricing model in project selection: a case study. *The Engineering Economist*, v.37, n.2, p.145-160, Winter 1992.
- MIRANDA, V.A.M. *Abordagem do risco em análise de investimentos com a utilização da Arbitrage Pricing Theory (APT)*. Itajubá-MG, 1998. Dissertação (Mestrado) — Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- MIRANDA, V.A.M. & PAMPLONA, E.O. Um estudo do modelo APT aplicado na determinação da taxa de desconto. ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 17, e CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA INDUSTRIAL, 3. *Anais...* Gramado-RS, out. 1997.
- ROSS, S.A. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, Dec. 1976.
- ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; JAFFE, J.F. *Administração financeira — corporate finance*. São Paulo, Atlas, 1995.
- ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; JORDAN, B.D. *Princípios de administração financeira: essentials of corporate finance*. São Paulo, Atlas, 1998.
- SHARPE, W.F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, Sep. 1964.
- US DEPARTMENT OF COMMERCE. Bureau of Economic Analysis Website. *Summary national income and product series, 1929-1996*. <http://www.bea.doc.gov/bea/scb/0597nip1.pdf>. May 1997.