

Função de produção: aplicações gerenciais em três indústrias brasileiras

Cláudio Felisoni de Angelo
José Augusto Giesbrecht da Silveira
Mário Tanabe
Professores do Departamento de Administração da FEA-USP

Resumo

A relação entre o volume produzido e a quantidade de fatores utilizados para tal fim é denominada função de produção. O estudo dessa dependência pode trazer contribuições significativas para o campo de planejamento empresarial. A adaptação da empresa a um ambiente em constante mudança exige o conhecimento da relação causal entre o emprego de insumos e fatores em geral e o produto obtido. O objetivo deste artigo não é discutir aspectos conceituais dessa abordagem, mas sim aplicar a base teórica já amplamente desenvolvida ao estudo de três casos: a indústria de cimento, as montadoras automobilísticas e a geração de energia elétrica.

A escolha desses setores relaciona-se com a disponibilidade de dados e o peso dos mesmos no cenário econômico nacional. O estudo desses segmentos tem mais a finalidade de ilustrar a metodologia do que analisar em profundidade as condições de produção nas indústrias. Todavia, foi possível identificar alguns aspectos que justificam a realização de novos estudos mais específicos, pois a confirmação de pontos levantados neste artigo traria conseqüências de grande impacto sobre a forma como as empresas dos setores considerados deveriam ser administradas e sobre a racionalidade da utilização dos recursos para a economia como um todo.

Palavras-chave:

- função da produção
- função tipo Cobb-Douglas
- produção de cimento
- indústria automotiva
- geração de energia elétrica
- economias (deseconomias) de escala

A finalidade deste artigo é ilustrar a aplicação do conceito de função de produção no campo da Administração.

À relação entre quantidades de produto final e fatores dá-se o nome de função produção. O conhecimento dessa relação é fundamental para o planejamento empresarial. A função de produção fornece um perfil das condições de operação de empresas individuais ou setores como um todo, gerando, portanto, importante subsídio para o processo de tomada de decisão.

Em particular, dois aspectos desse processo podem ser melhor compreendidos pelo emprego desse recurso analítico. Em primeiro lugar, considera-se que a empresa, atuando em determinado mercado, deve ajustar sua produção continuamente às condições de demanda. Essas alterações implicam mudanças no grau de utilização dos fatores envolvidos no processo produtivo. A determinação de uma função de produção permite desenvolver simulações que possibilitam avaliar o impacto das condições de mercado sobre o uso dos recursos empregados pela empresa. O segundo ponto de destaque nessa abordagem metodológica diz respeito ao seu emprego como instrumento de otimização do uso dos fatores de produção.

Para concretizar o objetivo deste trabalho foram estudados três importantes setores da atividade econômica: indústria automobilística, produção de cimento e geração de energia elétrica. Além dos aspectos específicos que o estudo de cada setor enseja, nos três casos pesquisados procurou-se analisar a questão da existência, ou não, de ganhos de escala.

A escolha desses setores obedeceu aos seguintes critérios: importância da atividade, homogeneidade do produto e disponibilidade de dados.

No processo de estimação foram utilizadas diferentes técnicas, visando ilustrar as diferentes possibilidades de determinação da função de produto. Nos casos da indústria automobilística e de cimento, as relações foram estimadas por meio de equação única, trabalhando-se com dados em série de tempos e *cross-section*, respectivamente. No caso da produção de energia elétrica, recorreu-se à técnica de equações simultâneas.

Embora o interesse precípuo do artigo não seja o de discutir problemas de estimação, essa abordagem estatística diferenciada enseja algumas considerações relevantes, que serão apontadas no decorrer do texto.

O artigo está estruturado em quatro partes. Nas três primeiras serão apresentadas as funções de produção das indústrias consideradas e as conclusões específicas ensejadas pelas estimativas estatísticas. Na última — conclusões gerais — serão comparadas as abordagens estatísticas empregadas e enfatizada a contribuição metodológica do conceito de função de produção para o planejamento empresarial e a administração de modo geral. Cumpre salientar ainda que, nas três aplicações desenvolvidas neste artigo, optou-se pelo ajuste de uma função de produção do tipo *Cobb-Douglas*.

A INDÚSTRIA DE CIMENTO

Introdução

Neste item abordar-se-á o setor produtor de cimento, para o qual, utilizando como fonte de dados a revista *Quem*

é *Quem*, do grupo Visão (ago.1986) e informações da Associação Brasileira de Cimento Portland — ABCP, foi ajustada uma função de produção por meio de uma *cross-section* de empresas do setor.

Tratamento dos dados

Os dados aparecem a nível de empresas produtoras de cal, cimento e clínquer. Com base nas informações relativas a 31.12.85, tomou-se o faturamento como *proxy* da produção, e o número de empregados e o imobilizado como variáveis representativas dos fatores trabalho e capital.

Para a estimação da função de produção deve-se supor que não haja diferenças tecnológicas significativas entre as empresas que compõem a amostra. Porém, estudando-se o sistema de produção do cimento, constata-se que existem dois processos distintos, denominados *via seca* e *via úmida*. Os dados da revista não estabelecem essa diferença, evidentemente, importante no exercício aqui desenvolvido.

Dessa forma, procurou-se preliminarmente separar as empresas que operam por *via seca* daquelas que empregam a *via úmida*, a partir de dados e informações técnicas coletadas diretamente na ABCP. Ficou evidenciado que algumas empresas utilizam ambos os processos, por terem mais de uma planta. Procurou-se, então, trabalhar a nível de estabelecimento, utilizando os dados da ABCP para dividir as empresas constantes da relação do *Quem é Quem* em unidades homogêneas, procedendo-se da seguinte maneira:

- o faturamento da empresa foi dividido, considerando a participação da produção física de cada estabelecimento no total produzido pela empresa.
- A mão-de-obra e o imobilizado foram distribuídos por estabelecimento, de acordo com a capacidade utilizada de cada um deles. A capacidade utilizada foi obtida multiplicando a capacidade instalada pelo nível de utilização.

Além dessa diferença no processo de fabricação, a discussão com o pessoal técnico da ABCP revelou que, em 1985, alguns estabelecimentos não fabricaram cimento, sendo o faturamento devido unicamente à moagem para obtenção do clínquer. Esses estabelecimentos foram excluídos da amostra.

Melhor teria sido trabalhar diretamente com os dados da ABCP, mas a entidade não dispunha de informações sobre mão-de-obra a nível de estabelecimento, razão pela qual optou-se pelo processo de compatibilidade de informações (*Quem é Quem* e ABCP), conforme descrito acima.

Feitos esses ajustamentos, resultaram trinta e quatro observações, que foram subdivididas em dois grupos de dezessete, em função do valor do imobilizado. O primeiro grupo constitui uma classe representando as maiores empresas e o segundo, as menores. Procurou-se testar se a classificação seria distinta caso utilizado o faturamento ou o número de empregados. Verificou-se que, em qualquer um dos casos, não haveria modificações significativas.

Modelo

Com base na *cross-section* de empresas, conforme es-

pecificado no item anterior, procurou-se ajustar uma função Cobb-Douglas definida como segue:

$$(1) \quad Q = c \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$$

onde

- Q = o faturamento por empresas em 1985;
- L = a mão-de-obra empregada em 31.12.85;
- K = o valor do imobilizado em 31.12.85;
- c, α e β = parâmetros a serem estimados.

Resultados estatísticos

Os resultados referentes à aplicação do modelo (1) são apresentados na tabela 1.

Análise dos resultados

Constata-se que o ajustamento é razoável e os parâmetros suficientemente significantes. Os sinais dos coeficientes também são consistentes, o que era esperado teoricamente.

É interessante observar que há ganhos de escala, para as empresas pequenas uma vez que a soma dos coeficientes do capital e do trabalho resulta em número maior que 1 (1, 12). O mesmo não ocorre na classe das grandes empresas. Nessas, um aumento de, digamos, 10% nos fatores conduz a um aumento de menos de 6,8% na produção, indicando a presença de retornos decrescentes de escala. Agrupando as duas classes e trabalhando com o total dos estabelecimentos, observa-se novamente a existência de retornos decrescentes. No último caso, um aumento de 10% no emprego dos fatores implica um aumento de 8,4% na produção. Esse percentual mais elevado do que o das empresas maiores isoladamente se deve aos ganhos de escala verificados no primeiro

grupo (o das empresas menores).

O comportamento no caso das empresas maiores pode, possivelmente, ser explicado pelo fato de que essas já teriam ultrapassado os limites para os ganhos de escala. Isto implicaria na necessidade de expandir mais que proporcionalmente a quantidade de fatores para um crescimento da produção.

Essa tese pode ser reforçada ao se analisar individualmente os valores dos coeficientes do trabalho e do capital. Para o trabalho, nota-se que o valor do coeficiente da variável mão-de-obra se altera pouco, de 0,48% (pequenas) para 0,40% (grandes). O coeficiente do capital, entretanto, sofre uma brusca alteração, de 0,64% (pequenas) para 0,28% (grandes). Isto é: um aumento de 10% na quantidade de capital, mantido o trabalho constante, implica para os grandes estabelecimentos um crescimento de 2,8% na produção, enquanto para as menores o percentual é mais de duas vezes maior, ou seja, 6,4%.

Muito embora não se possa, sem estudos mais aprofundados, propô-la como medida a ser efetivamente implantada, as observações acima parecem sugerir que seria interessante subdividir a produção de cimento por plantas menores. Contrariamente a essa última colocação, deve-se considerar primeiramente a existência de condições reais de se concretizar tal subdivisão, face à possibilidade de ocorrência de indivisibilidade do processo produtivo. Além disso, é preciso acrescentar que a comparação entre empresas grandes e pequenas foi feita em termos relativos. Entretanto, o nível de eficiência na utilização dos fatores no grupo das pequenas pode estar, na realidade, abaixo do constatado para os estabelecimentos de fato grandes.

Apesar de essas e outras objeções poderem eventualmente ser levantadas, as funções ajustadas sugerem fortemente que o setor merece estudos mais aprofundados, pois um segmento importante do mesmo pode estar operando em condições pouco eficientes de utilização dos fatores,

Tabela 1

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas — Indústria de Cimento

Amostra	Constante \hat{c}	Trabalho $\hat{\alpha}$	Capital $\hat{\beta}$	Número de dados	R ²	F
17 empresas menores	0,4751 (0,1794)	0,4785* (0,2420)	0,6420* (0,2193)	17	0,618	11,33**
17 empresa maiores	0,5744 (0,1350)	0,4004* (0,1457)	0,2789* (0,1246)	17	0,602	10,57**
Pool de todas as empresas (34)	1,8271 (0,1600)	0,4495* (0,1326)	0,3878* (0,0720)	34	0,709	37,72**

Desvio-padrão entre parênteses. Testes bicaudais.

(+) resultado significativo ao nível de 10%

(*) significativo ao nível de 5%

(**) significativo ao nível de 1%

principalmente do mais escasso, o capital. E isso com reflexos negativos tanto para os consumidores do produto quanto para os demais setores que demandam recursos.

INDÚSTRIA AUTOMOBILÍSTICA

Introdução

Neste segmento será focalizada a estimação da função de produção para a indústria automobilística.

Trata-se de um setor dinâmico e moderno da economia, com extensos *forward* e *backward linkages* afetando, em consequência, grande número de outros setores da economia. Assim, desde sua implantação no Brasil a indústria automobilística atraiu a atenção de estudiosos e do público, interessados em conhecer seus métodos de administração e seu desempenho econômico.

Justifica-se, dessa maneira, o interesse em ajustar aos seus dados uma função de produção para verificar se ocorrem economias de escala que expliquem a existência de poucas e grandes plantas nessa indústria como em geral se imagina.

Tratamento de dados

Os dados utilizados foram obtidos da Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores (Anfavea), do *Quem é quem na economia brasileira* (diversas edições), da revista *Quatro Rodas* (várias edições) e das próprias empresas do setor. Na amostra foram incluídas Volkswagen, Ford, GM e Fiat, principais montadoras de veículos automotores do país, com números abrangendo o período de 1978 a 1985.

O primeiro problema que surgiu foi a escolha de uma medida suficientemente homogênea representativa da produção. O número total de veículos produzidos não atende aos requisitos de homogeneidade pressupostos na teoria, uma vez que compreende diferentes modelos, tamanhos e complexidade de produção; além disso inclui automóveis, utilitários, caminhões e mesmo tratores (Ford). Contornando essa dificuldade decidiu-se converter toda a produção para toneladas fabricadas, trabalhando com essa medida ao invés do número de veículos propriamente dito.

Para representar o fator trabalho considerou-se o número de pessoas empregadas na empresa no período referente à produção correspondente; representando o fator capital, nas mesmas condições, utilizou-se o valor do imobilizado técnico. Nessa última medida, embora havendo a possibilidade de ocorrência de erro nos resultados e conclusões, não foi possível fazer qualquer ajuste para representar o grau de utilização das respectivas plantas.

Os dados encontram-se em tabelas anexas.

Modelo

Metodologicamente, em contraste com o primeiro caso (cimento), foram utilizados dados em série de tempo para o ajuste de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, como segue:

$$(2) \quad Q = C \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$$

onde

Q = produção da empresa em toneladas por ano;

L = número de pessoas empregadas pelas empresas em cada ano;

K = valor do imobilizado técnico das empresas em cada ano;

C, α e β = parâmetros a serem estimados.

Exame dos dados brutos

Um exame preliminar dos dados coletados revela o impacto da crise de 1981 sobre a indústria. Depois de atingir um pico de produção nos anos 79/80, ela entra em brusca queda em 1981. A Fiat é uma exceção à regra, pois continuou crescendo nesse período. Esse desempenho peculiar se justifica por sua instalação no Brasil no período 75/76 e, em decorrência disso, ainda se encontrar, nos anos 78/80, em fase de implantação.

Por outro lado verifica-se que 82/83 são anos de recuperação em relação a 1981, mas, 84, novamente, se caracteriza por comportamento recessivo, outra vez revertido, em 85. Em nenhuma reversão, entretanto, foi possível recuperar os níveis de produção de 1980.

Resultados estatísticos

Como é habitual nos trabalhos em função de produção Cobb-Douglas, supõe-se que a quantidade Q é afetada pelas variáveis L e K do modelo e por flutuações aleatórias que serão representadas pela variável U, cuja expressão se admite seja $U = \exp(u)$.

Dessa forma, o modelo a ser estimado pode ser expresso por:

$$(3) \quad Q_j = C_j \cdot L_j^{\alpha_j} \cdot K_j^{\beta_j} \cdot \exp(u_j),$$

onde

j = 1, 2, 3, 4 representa cada uma das empresas

Linearizando:

$$(4) \quad q_j = c_j + a_j \cdot l_j + b_j \cdot k_j + u_j$$

$$q_j = \ln(Q_j); c_j = \ln(C_j); l_j = \ln(L_j); k_j = \ln(K_j)$$

As estimativas dos parâmetros, obtidos pelo método dos mínimos quadrados, são demonstradas na tabela 2.

Como pode ser observado, as equações ajustadas são significantes ao nível de 5%, exceto no caso da Ford, no qual, entretanto, há significância ao nível de 10%.

Dos parâmetros estimados, o de escala, c_j , não se mostrou significativo em nenhum dos casos estudados. As estimativas de α_j são significantes em três dos casos, não o sendo na equação referente à Ford. Em todos os casos as es-

Tabela 2

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas
Indústria Automobilística
Empresas Consideradas Individualmente

Amostra	Constante \hat{c}	Trabalho $\hat{\alpha}$	Capital $\hat{\beta}$	R ²	F
Volkswagen	-1,6026 (10,0924)	1,7106** (0,4650)	0,2433 (0,4967)	0,766	8,162**
Ford	12,4645 (16,9427)	0,9108 (1,0878)	0,6020 (0,4784)	0,641	4,465**
GM	-3,6711 (4,4164)	1,8184** (0,4792)	-0,1497 (0,1265)	0,744	7,251**
Fiat	-1,1462 (4,7780)	3,1174 (0,8996)	-1,0325* (0,4002)	0,709	6,104*

Desvio-padrão entre parênteses.

(+) significante a 10%

(*) significante a 5%

(**) significante a 1%

estimativas de α_j apresentam o sinal esperado. No tocante às estimativas de β_j , só a de β_4 se mostrou significativa; em todos os casos, os sinais foram contrários aos esperados.

Agregando os números das quatro empresas num *pool* de dados (tabela 3) e reestimando os parâmetros, tem-se:

Tabela 3

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas
Indústria Automobilística
Pool de Empresas

Amostra	Constante \hat{c}	Trabalho $\hat{\alpha}$	Capital $\hat{\beta}$	R ²	F
<i>Pool</i>	4,1033* (1,9202)	0,8258** (0,0540)	-0,0004 (0,1095)	0,904	137,15**

Entretanto, pelo teste de Chow (ver Huang, 1970:103 e ss.), conclui-se que não é possível considerar os parâmetros das equações das empresas reunidas nesse *pool* como iguais entre si. O valor obtido no teste:

$$F_{(9;20)} = 3,12^*$$

implica a rejeição da hipótese nula de que os parâmetros das quatro empresas sejam iguais.

Por outro lado, constata-se que, do ponto de vista da quantidade produzida, há três grupos de dados verdadeiramente distintos, uma vez que existe pouca diferença entre a

Ford e a GM em relação à distribuição de seus dados. Dessa forma decidiu-se considerar agregadamente os dados da Ford e da GM e trabalhar com três amostras:

- Volkswagen;
- Ford e GM juntas;
- Fiat.

Agrupando dados da Ford e GM, chega-se às estimativas demonstradas na tabela 4.

Tabela 4

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas
Indústria Automobilística Ford e GM Juntas

Amostra	Constante \hat{c}	Trabalho $\hat{\alpha}$	Capital $\hat{\beta}$	R ²	F
Ford/GM	-0,6152 (6,2795)	1,0751+ (0,5139)	0,1499 (0,1299)	0,253	2,212

O exame dos parâmetros estimados para cada empresa revela que o parâmetro de escala c e o relativo à contribuição do fator capital β parecem bastante dessemelhantes de empresa para empresa, o que não ocorre com os α , razoavelmente semelhantes.

Considerando essas suposições, resolveu-se testar conjuntamente a igualdade dos parâmetros c e β . A estatística F do teste de Chow apurada para este conjunto de amostras é:

$$F_{(4;23)} = 2,53+$$

O valor obtido é significativo ao nível de 10%, podendo-se concluir que o subconjunto de parâmetros constituído pelas constantes c e pelo β não pode ser tomado como sendo o mesmo para todas as empresas amostradas.

Aceitando-se esses parâmetros como diferentes e utilizando a mesma estatística, resolveu-se testar a igualdade dos parâmetros referentes à contribuição do trabalho. A quantidade F , assim obtida, foi de

$$F_{(2;23)} = 1,76$$

O valor não é significativo sequer ao nível de 10%. Portanto, não é possível rejeitar a hipótese nula da igualdade dos α .

Terminadas essas considerações, o modelo final cujos parâmetros deverão ser estimados pode ser expresso por:

$$(5) \quad q_j = \sum_{j=1}^3 c_j D_j + \alpha l + \sum_{j=1}^3 \beta_j (k_j D_j)$$

($j=1, 2, 3$ representa a empresa)

onde

q, c, l, k, α e β já foram mencionados e

$D_1 \begin{cases} = 1 \text{ se a observação se refere à Volkswagen;} \\ = 0 \text{ nos demais casos.} \end{cases}$

$D_2 \begin{cases} = 1 \text{ se a observação se refere à Ford ou à GM;} \\ = 0 \text{ nos demais casos.} \end{cases}$

$D_3 \begin{cases} = 1 \text{ se a observação se refere à FIAT;} \\ = 0 \text{ nos demais casos} \end{cases}$

Os resultados obtidos foram:

Tabela 5

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas
Indústria Automobilística

Empresa	Constante \hat{c}	Trabalho $\hat{\alpha}$	Capital $\hat{\beta}$	R^2	F
Volkswagen	-0,580 (8,046)	1,643** (0,316)	-0,265 (0,439)		
Ford ou GM	-7,291+ (4,136)		+0,217 (0,128)	0,933	53,015**
Fiat	4,168 (4,208)		-0,495 (0,278)		

Desvio-padrão entre parênteses.

(+) resultado significativo ao nível de 10%

(*) significativo ao nível de 5%

(**) significativo ao nível de 1%

Isso significa que:

$$Q = e^{(-0,580 D_1 - 7,291 D_2 + 4,168 D_3)} \cdot L^{1,643} \cdot K^{(-0,265 D_1 + 0,217 D_2 - 0,495 D_3)}$$

Das constantes estimadas, apenas a que corresponde à amostra que contém os dados da Ford e GM é significativa ao nível de 10% e, dentre os coeficientes representativos da elasticidade da produção em relação ao capital, somente o correspondente aos dados da Fiat é significativo a esse nível. Além disso, tanto esse último quanto o coeficiente correspondente aos dados da Volkswagen, não apresentam o sinal esperado, uma vez que sugerem contribuição negativa do capital.

Análise dos resultados

Os resultados obtidos mostram a existência de uma correlação positiva entre o volume da produção e o nível de emprego da indústria, além da inexistência de correlação entre a produção e o capital empregado, conforme medido neste caso e para o período abrangido pelos dados.

Para interpretar os resultados cabe considerar, inicialmente, que os dados de produção aqui utilizado refletem o ajustamento da empresa à demanda do mercado. Essa última osci-

lou durante o período, em ressonância com os movimentos da economia brasileira e, em face dessa demanda oscilante, o setor procurou ajustar a sua produção, fazendo-a condizente com a procura por seus bens. Esse ajuste, por sua vez, tomou a forma de simples manipulação do nível de emprego para adequá-lo às necessidades de produção e mercado retraídos.

Assim, como o período abrangido pelos dados amostrais (8 anos) é relativamente curto, a equação estimada representa, efetivamente, uma função de produção de curto prazo. Esse espaço de tempo não foi suficiente para as empresas promoverem ajustes no capital, que fizessem esse fator de produção conformar-se às cambiantes necessidades da produção.

Deve-se também notar que o fator capital é mais facilmente ajustável às necessidades da produção quando se está numa fase de expansão; o seu reajuste é mais difícil em situação inversa.

A decisão de investir implica uma comparação entre a taxa de retorno prevista no projeto e o custo de oportunidade do capital financeiro. Já a decisão de desinvestir resulta em perda considerável do valor do patrimônio (decorrente do baixo preço de revenda de instalações e equipamentos, geralmente específicos), cotejada com um custo, praticamente, apenas contábil de se manter os mesmos inativos. Assim, pode-se supor que o capital técnico, como fator de produção, é um insumo mais flexível quando a produção se expande, tornando-se mais rígido quando o inverso ocorre, como no caso analisado.

Para finalizar, cabe uma última consideração: a empresa, em seu processo decisório, fixa a capacidade de produção através do dimensionamento do projeto na fase de implantação, com base em estudos de mercado e objetivos de participação. Na fase operacional, dada a capacidade de produção definida no projeto, a tarefa da administração consiste em formular expectativas quanto à demanda futura e adequar o volume de insumos a essa demanda e à produção previstas.

Esse comportamento faz com que os dados representativos das quantidades de fatores e da produção não correspondam ao previsto na teoria. Naquela, supõe-se que, definido o nível de fatores empregados, um volume ótimo de produção é obtido, mediante a aplicação de uma tecnologia fixa. Entretanto, na realidade, a empresa ajusta os insumos à produção e às vendas projetadas e, simultaneamente, faz o inverso. Em outras palavras, a produção é função dos insumos, mas, ao mesmo tempo, os insumos são função da produção.

Portanto, ao se trabalhar estatisticamente com dados reais, não se pode considerar que a quantidade medida dos fatores de produção seja independente do termo aleatório. Assim, deve-se, tanto quanto possível, empregar formulações fundamentadas em equações simultâneas. É o que será feito na próxima seção deste artigo.

A INDÚSTRIA DE GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Introdução

O faraonismo das obras públicas vem sendo tema de discussão desde há algum tempo. Em meio ao debate criti-

cou-se, por exemplo, a construção de grandes hidrelétricas como Itaipu e Tucuruí, propondo-se, em seu lugar, a instalação de pequenas usinas de âmbito municipal. Aqui, pretende-se oferecer algum subsídio para essa discussão.

Usando uma função de produção do tipo Cobb-Douglas tentar-se-á verificar a existência de economias de escala no processo de geração de energia hidrelétrica. Nessa eventualidade, pode-se, em princípio, aceitar como mais eficiente a concentração de recursos em grandes unidades ao invés de atomizá-los em pequenas usinas.

No caso em estudo, contrariamente ao que foi feito nos dois anteriores, a amostra se constitui de dados internos de uma única empresa. Desta forma, foram confrontados os dados de desempenho de diversas usinas de uma mesma firma e não, como habitualmente se faz, a nível de firmas ou indústrias. A empresa em questão atua no estado de São Paulo e, na amostra, foram incluídas 14 de suas usinas.

A função de produção e a interdependência das variáveis.

Simplificadamente, o modelo Cobb-Douglas propõe que a produção, Q , seja função do trabalho, L e do capital K , tal que:

$$(6) \quad Q = C \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$$

Por conveniência de interpretação, neste caso, essa função será formulada como:

$$(7) \quad POT_i = C \cdot OPE_i^\alpha \cdot INV_i^\beta$$

onde:

POT_i representa a produção, medida em termos da potência instalada da usina i ;

INV_i , o capital, em termos do investimento feito na usina i ;

OPE_i , o trabalho, em termos do custo de operação da usina i .

O emprego desta última variável, como *proxy* do fator trabalho ao invés do usual número de operários, parece bastante justificável: por um lado, numa usina hidrelétrica, o grosso desse custo é representado pelos gastos com o pessoal de operação e, se a composição das equipes e os respectivos salários forem suficientemente semelhantes nas diversas usinas, o custo de operação e o número de operários podem ser utilizados indistintamente. Por outro lado, a função de produção deveria expressar a relação técnica entre o produto obtido e todos os insumos necessários. Neste sentido, a representação de apenas dois fatores no modelo Cobb-Douglas se deve mais a uma questão de simplificação do que de realismo. Assim, o custo de operação envolve não só o número de operários, mas também o valor dos outros insumos necessários à operação da usina, atendendo melhor ao conceito de função de produção, embora, não permita separar a contribuição do trabalho da dos outros insumos.

Com relação às diferenças de remuneração, como todas as unidades geradoras consideradas pertencem à mesma empresa estatal, seus funcionários estão submetidos à mesma política salarial e de compra e, por isso, as eventuais diferenças regionais devem ser de pequena monta.

Além dessas duas variáveis, é necessário considerar que, definida uma área de atuação, uma unidade como as analisadas terá, no início de suas operações, a possibilidade de escolher qualquer dos potenciais hídricos disponíveis para exploração. Contudo, tais recursos são finitos e pode-se supor que os mesmos sejam explorados em ordem crescente de dificuldades, quer técnicas quer econômicas.

No caso paulista os recursos hídricos já se encontram em fase de esgotamento. Os grandes potenciais hidrelétricos da região foram sendo progressivamente aproveitados e hoje restam apenas aqueles que não oferecem grandes possibilidades de produção ou que terão de ser empreendidos a custos crescentes.

Para representar esse particular aspecto introduziu-se na função Cobb-Douglas a variável representada pelo ano de entrada em operação da usina considerada. Assim, completando-se a equação (7), tem-se:

$$(8) \quad POT_i = C \cdot INV_i^\alpha \cdot OPE_i^\beta \cdot ANO_i^\gamma$$

Mesmo considerando essas três variáveis, há ainda um conjunto complexo de outros fatores que afetam a capacidade de geração de uma usina, tais como regime hídrico, características geomorfológicas etc. Para representar esse conjunto de fatores de difícil mensuração, foi introduzida a variável aleatória e^{u_i} , onde u_i tem média 0 e variância constante τ^2 .

Dessa forma, para fins de estimação estatística, o modelo proposto é dado por:

$$(9) \quad POT_i = C \cdot INV_i^\alpha \cdot OPE_i^\beta \cdot ANO_i^\gamma \cdot e^{u_i}$$

Nos comentários do caso da indústria automobilística, mencionou-se que o modelo de equação única não representa adequadamente o processo decisório na empresa. Na realidade, o empresário decide simultaneamente sobre Q , K , L . Esse ponto é bastante explorado, na literatura pertinente, como, por exemplo, Walters (1963: 14 e ss.) e Dhsymes (1970:230).

No caso em estudo, o problema da simultaneidade das decisões em relação a essas variáveis é ainda mais evidente. A decisão sobre a quantidade POT a ser gerada depende da disponibilidade de recursos hídricos exploráveis. Uma vez decidida a construção de uma nova hidrelétrica e sua localização, as quantidades POT , INV , e OPE determinam-se reciprocamente e em função das peculiares características da obra e seu sítio. Dessa forma, não se pode supor que as variáveis INV e OPE sejam independentes de POT e, portanto, se os parâmetros forem estimados por um modelo de equação única, eles exibirão vieses.

A equação do investimento

Dadas essas considerações, há necessidade de se considerar um sistema de equações em que POT , INV e OPE se-

jam variáveis endógenas.

Além disso POT, entre outros fatores, depende, exogenamente, do volume de água que estará contido no reservatório formado pela barragem, da área inundada e de aspectos tecnológicos.

Se a bacia hidrográfica em que vai ser instalada uma usina possibilita a coleta de um volume maior de água, possivelmente poder-se-á projetar a obra de forma a minimizar o investimento por kW gerado. Assim, é de se supor que o custo da obra deva estar condicionado ao volume de água captável e, em especial, pode-se admitir que quanto maior tal volume, menor deverá ser o investimento necessário.

Por outro lado, se o lago formado pela barragem se espalhar por uma área muito grande, os investimentos aumentarão com a desapropriação das terras alagadas, com os reassentamentos de populações deslocadas da área, com a construção de estradas e demais obras civis conexas. Dessa forma, quanto maior for a área coberta pelo lago, tanto maior deverá ser o montante dos investimentos.

A esses fatores é preciso acrescentar um aspecto ligado à política da empresa em relação ao aproveitamento dos recursos hídricos disponíveis. A companhia tem por diretriz aproveitar, conforme as necessidades de geração, os potenciais hídricos segundo uma ordem crescente de custos projetados de investimento por kW gerado. Em decorrência disso, ao longo do tempo, o custo do investimento por kW instalado tende a crescer.

Expressando estas relações em forma matemática, temos:

$$(10) \quad INV_i = C \cdot POT_i^\alpha \cdot VOL_i^\beta \cdot ARE_i^\gamma \cdot ANO_i^\delta$$

onde INV, C, POT e ANO já foram comentados; VOL é o volume de água do reservatório e ARE é a área inundada pelo mesmo.

Além disso, o investimento deve também variar em função de outras variáveis omitidas na equação acima, como a evolução da tecnologia, características geomorfológicas locais, características de mão-de-obra empregada na construção da usina etc. O efeito conjunto da atuação destas variáveis qualitativas e quantitativas pode ser expresso na relação acima pela introdução da variável aleatória e^w , da qual admite-se que w tem média 0 e variância constante τ^2 . Portanto, para fins de estimação, pode-se considerar a relação:

$$(11) \quad INV_i = C \cdot POT_i^\alpha \cdot VOL_i^\beta \cdot ARE_i^\gamma \cdot ANO_i^\delta \cdot e^w$$

A equação do custo de operação

Em relação ao custo de operação OPE, vale observar que, quanto maior o porte da usina e, portanto, sua capacidade de geração de energia, tanto maior deve ser o número empregado e a quantidade de outros insumos necessários para operá-la.

Por outro lado, deve-se considerar que tem sido política da companhia procurar progressivamente adotar, por razões de segurança, equipamentos de operação cada vez mais automatizados. Tal política implica, em função do investimento feito,

uma progressiva redução de pessoal para operação da usina.

Além disso, deve ser levado em conta o custo de operação ligado à potência unitária dos geradores empregados na usina. Em princípio, um número maior de geradores para a mesma capacidade total da usina deve requerer um número maior de pessoas ligadas à operação. Assim, quanto maior a potência específica dos geradores instalados na usina, menor deveria ser o custo de operação.

Incluindo-se um termo aleatório, que se admite tenha a forma e^w , com $w \sim N(0, \tau^2)$, obtém-se a seguinte expressão para o custo de operação.

$$(12) \quad OPE_i = C \cdot POT_i^\alpha \cdot INV_i^\beta \cdot GER_i^\gamma \cdot e^w$$

onde OPE, C, POT e INV já foram comentados e GER é a potência por gerador.

Sistema de equações estruturais

Tomando-se logaritmos e após normalizar os parâmetros, chega-se ao sistema estrutural abaixo, que descreve o processo de determinação simultânea da potência instalada, dos investimentos e do custo de operação ao nível das unidades geradoras de energia elétrica:

$$y_{11} + \beta_{12} \cdot y_{12} + \beta_{13} \cdot y_{13} + \gamma_{10} + \gamma_{11} \cdot x_{11} = U_i$$

$$\beta_{21} \cdot y_{11} + y_{12} + \gamma_{20} + \gamma_{21} \cdot x_{11} + \gamma_{22} \cdot x_{12} + \gamma_{23} \cdot x_{13} = V_i$$

$$\beta_{31} \cdot y_{11} + \beta_{32} \cdot y_{12} + y_{13} + \gamma_{30} + \gamma_{34} \cdot x_{14} = W_i$$

onde,

- y_{11} = logaritmo natural de POT_i , potência instalada da usina i , em MW.
- y_{12} = logaritmo natural de INV_i , custo da obra referente à usina i , inclusive investimentos adicionais realizados posteriormente, convertidos em ORTN de 1985, dividido por 50.
- y_{13} = logaritmo natural de OPE_i , custo anual de operação de usina i , em ORTN de 1985.
- x_{11} = logaritmo natural de ANO_i , ano de entrada em operação da usina i , subtraído de 1959.
- x_{12} = logaritmo natural de VOL_i , volume de água contido no reservatório formado pela barragem da usina i , em milhões de m^3 , multiplicado por 10.
- x_{13} = logaritmo natural de ARE_i , área inundada pelo reservatório formado pela barragem da usina i , em km^2 , dividido por 10.
- x_{14} = logaritmo natural de GER_i , potência por gerador instalado na usina i .
- U_i, V_i, W_i = variáveis aleatórias de média 0 e variância constante.

Resultados estatísticos

Pela condição de ordem verifica-se que as equações referentes ao custo de operação e potência gerada são sobreidentificadas, enquanto a equação referente ao investimento é exatamente identificada. Em virtude disso, os parâmetros da equação de investimento foram estimados pelo método dos mínimos quadrados de dois estágios e o das duas outras equações pelo método dos mínimos quadrados de 2 e 3 estágios.

Das explicações anteriores, fica evidente que são esperados os seguintes sinais para os coeficientes das variáveis.

- Na equação da potência instalada, os parâmetros β_{12} e β_{13} das variáveis endógenas investimento na usina e custo de operação devem ser positivos. Essas duas variáveis foram tomadas como *proxies* dos fatores capital e trabalho e, conforme a literatura a respeito da função de produção, sendo insumos, devem aumentar a produção possível quando crescem e vice-versa. Já com relação ao parâmetro c_{11} da variável ANO, deve ocorrer o oposto. Essa variável foi introduzida como *proxy* representativa do fenômeno de esgotamento dos grandes potenciais hídricos da região e, como no período abrangido pela entrada em operação das usinas constantes da amostra, realmente verificou-se tal esgotamento, as últimas obras já refletem o fenômeno por se aplicarem a potenciais menos expressivos de exploração.
- Na equação referente ao investimento, os coeficientes b_{21} , c_{21} e c_{23} das variáveis potência gerada, ano e área, respectivamente devem ser positivos, enquanto o da variável volume de água c_{22} , deve ser negativo.
- Na equação do custo de operação, espera-se que as variáveis investimento e potência específica por gerador tenham coeficientes negativos e a potência instalada da usina, positivo. No caso do investimento, a expectativa é de coeficiente negativo porque é política da companhia em questão adotar sistemas automatizados que requerem menor número de pessoas para a operação da usina. Por outro lado, no caso da potência específica por gerador, quanto maior for esta, menor será o número de geradores empregados face à mesma produção total e, portanto, menor será o número de pessoas necessário para operá-los.

Os valores obtidos são visualizados na tabela 6.

Como se verifica, apenas o coeficiente referente à variável potência por gerador instalado GER, na equação do custo de operação, não apresenta o sinal esperado, mostrando-se positivo ao invés de negativo.

Por outro lado, na equação referente à potência total gerada por usina, com o m.m.q. de 2 estágios, apenas o coeficiente da variável custo de operação é significativo ao nível de 5% (teste t.). Já quando estimados pelo m.m.q. de 3 estágios, somente o coeficiente da variável ANO não é significativo ao nível de 5%. Esse resultado era, de certa forma, esperado por terem sido as usinas consideradas na amostra instaladas num período que abarca tanto a fase de aproveitamento dos grandes mananciais, especialmente as usinas da bacia do rio Paraná, quanto a fase posterior.

Na equação do investimento, todos os coeficientes são significantes ao nível de 5% e se apresentam com os sinais esperados, ao passo que na referente ao custo de operação nenhum dos coeficientes é significativo a não ser a nível de 15%.

Tabela 6

Função de Produção Tipo Cobb-Douglas
Setor de Produção de Energia Elétrica

Equação	Parâmetro Estimado	Variável	Estimativas	
			MMQ 2 Estágios	MMQ 3 Estágios
Potência	β_{12}	INV	0,3775 (0,2182)	0,3448* (0,1258)
	β_{13}	OPE	1,3076* (0,4177)	1,3618** (0,2839)
	γ_{10}	Const.	-1,8611 (1,2293)	-2,0032* (0,8659)
	γ_{11}	ANO	-0,1978 (0,2258)	-0,1695 (0,1511)
Investimento	β_{21}	POT	1,1545** (0,1865)	
	β_{20}	Const.	-3,657** (1,0387)	
	γ_{21}	ANO	1,0069** (0,2865)	
	γ_{22}	VOL	-1,2675* (0,4762)	
	β_{23}	ARE	1,2206+ (0,5429)	
Custo de Operação	β_{31}	POT	0,5359 (0,3910)	0,5233 (0,3211)
	γ_{32}	INV	-0,2839 (0,4042)	-0,3274 (0,2098)
	γ_{30}	Const.	1,0509 (1,3572)	0,9110 (0,7511)
	γ_{34}	GER	0,4682 (1,0672)	0,5722 (0,6307)

Análise dos resultados

O objetivo principal do estudo era constatar a existência de economias de escala mediante o ajuste de uma função de produção Cobb-Douglas. Considerando-se esse objetivo, os coeficientes da função estimada para a potência instalada parecem indicar a existência de economias de escala no processo de geração de energia em usinas hidrelétricas, uma vez que a soma dos coeficientes dos insumos da função estimada é igual a 1,7066, isto é, maior do que 1.

Entretanto, esse resultado deve ser interpretado com algum cuidado. A função Cobb-Douglas pressupõe que as unidades produtivas pesquisadas apresentam perfeita divisibilidade dos fatores, o que, em absoluto, se aplica ao caso. Cada usina hidrelétrica é totalmente única no sentido de que cada uma delas é especificamente planejada e construída para um enorme conjunto de características peculiares a cada pro-

jeto. Geomorfologia do sítio da usina, características da bacia hidrográfica, regime pluvial da microrregião, distância dos centros consumidores e fornecedores etc. são fatores que tornam única cada planta industrial desse setor.

Esse fato provavelmente explica a baixa elasticidade da produção em relação ao capital (0,34), num setor incontestavelmente capital-intensivo. Como cada planta é instalada em condições únicas, a produção é determinada por circunstâncias ímpares, sendo pouco afetada pelo maior ou menor investimento requerido.

Em que pese esses fatos, contudo, os resultados parecem favorecer a tese de que as obras maiores tendem a ser mais econômicas, requerendo, proporcionalmente, menos insumos onerosos para a produção de uma quantidade maior de energia, comparativamente às usinas menores.

Portanto, parece mais aconselhável, do ponto de vista da política energética, aproveitar primeiramente os recursos hídricos de maior porte pelos ganhos de escala, para, posteriormente, com o esgotamento daqueles, passar para os potenciais menores.

Vale, entretanto, ressaltar que é necessário ainda agregar os investimentos e custos exigidos pela distribuição da energia gerada para se chegar a um quadro mais completo do problema.

CONCLUSÕES

Neste artigo, mostrou-se como a idéia de função de produção pode ser aplicada no estudo das relações entre fatores e produto final em três indústrias. O objetivo foi o de apresentar o conceito e suas possibilidades de orientar as decisões administrativas. Seguindo essa proposta, cada caso foi abordado com um aparato estatístico diferente. Cumpre agora apontar rapidamente vantagens e desvantagens desses enfoques diversos.

Em princípio, a estimação dos parâmetros da função de produção deveria ser feita utilizando-se as técnicas de equações simultâneas. Contudo, como afirma Rocca (1967:53), "convém notar, ..., que os resultados da estimação simultânea não são necessariamente superiores aos obtidos por equação única, na medida em que a avaliação dos resultados leve em conta simultaneamente critérios de eficiência e ausência de vies."

Os dois primeiros casos deste trabalho refletem os eventuais defeitos resultantes da aplicação do método de equação única. No terceiro exemplo, trabalhou-se com um modelo de equações simultâneas, contornando, portanto, essas deficiências. Theil (apud Rocca, 1967:53) demonstrou e verificou em alguns casos "... o aumento de variância dos estimadores de métodos de equação simultânea mais do que compensa o vies deixado da aplicação do método de equação única."

Historicamente, os primeiros estudos desenvolvidos com a finalidade de estimar os parâmetros da função de produção fundamentaram-se em séries de tempo e adotaram modelo de equação única. A partir de 1939, com os trabalhos pioneiros de Bronfenbrenner e Douglas, o uso de dados em *cross-section* de empresas tem sido muito mais frequentes na literatura do que a utilização de séries temporais.

As *cross-section* apresentam duas vantagens em relação

às séries de tempo. Em primeiro lugar, desaparece a necessidade de deflacionamento dos dados: "*with both inter-industry and inter-firm studies one of the great difficulties encountered with time series disappears; there is no need to deflate the value data*" (Walters 1963:28). Além disso, provavelmente as flutuações no nível de utilização da capacidade produtiva são menos acentuadas no caso das seções transversais: "*One of the troubles with series data was the changing utilization of capital. An advantage of cross-section studies is that the variations in the amount of idle capacity are probably less over the cross-section than for time series*" (Walters, 1963:29).

Por último, seria conveniente destacar a contribuição das funções de produção para a gestão empresarial.

O estabelecimento de uma função de produção a partir de dados de várias empresas de um setor, como feito em dois dos três casos apresentados neste artigo, traduz o desempenho médio das unidades produtivas da indústria. Dessa maneira, uma empresa, dispondo desses resultados, pode se comparar com o padrão de seu setor e, se for o caso, tomar medidas no sentido de adaptar, ajustar ou mesmo modificar seus parâmetros de ações administrativa e estratégica.

A determinação da função de produção pode ser feita de forma matemática, explicitando critérios tecnológicos e de engenharia ou estatística, conforme a realizada neste artigo. De ambas as maneiras, o estudo, quer a nível de empresa, quer a nível de setor, traz subsídios relevantes para o planejamento dos negócios. Em particular, a abordagem estatística logra isolar os fatos fortuitos que interferem no processo produtivo, permitindo separá-los da relação pura entre a produção e seus fatores condicionantes.

De maneira geral, os resultados encontrados neste estudo apontam na direção da existência de ganhos de escala, embora careçam de estudos comprobatórios mais aprofundados. Entretanto, como na pesquisa foram incluídos somente três setores, caracterizados por empreendimentos de grandes dimensões, não se pode extrapolar para o restante da economia brasileira as conclusões que parecem válidas para as três áreas pesquisadas.

É importante salientar que as funções de produção, tal como consideradas neste artigo, ignoram a carga adicionada aos custos pelas estruturas organizacionais complexas que se fazem necessárias quando as empresas se tornam muito grandes. Peters & Waterman (1982:112) dizem a respeito: "*The excellent companies understand that beyond a certain surprisingly small size, diseconomies of scale seem to set in with a vengeance.*" Citam como exemplo o caso da Ford Motor Co., que começou a construir uma planta para fabricação de 500 mil toneladas por ano de blocos de motores e, ao terminá-la, verificou ser grande demais e especializada demais face à demanda do mercado, não chegando a utilizá-la. A propósito das causas das deseconomias administrativas de escala, os dois autores mencionam trabalhos de Oliver Williamson, da Universidade da Pensilvânia, e comentam: "*To the extent that many factors need to be coordinated, the costs of coordination usually swamp technologically determined economies of scale. Williamson's assertions are supported by a growing body of empirical evidence*" (Peters & Waterman,

1982:113). As suspeitas de deseconomias de escala no caso das empresas maiores do ramo cimenteiro, levantadas por este estudo, parecem corroborar a posição de Peters & Waterman.

Finalizando, o artigo permite afirmar que, aqui no Brasil, economias com o aumento do tamanho das plantas industriais não podem ser tomadas como garantidas aprioris-

ticamente. Cada setor deve ser pesquisado, valendo-se do material estatístico disponível — que já não é tão escasso como há algumas décadas —, com o intuito de conduzir as empresas do país e suas unidades para as dimensões mais eficientes, tanto técnica como administrativamente. E, nessas pesquisas, as funções de produção, mormente as do tipo Cobb-Douglas, têm um papel central a desempenhar.

Anexo 1

Produção de Automóveis, Comerciais Leves, Caminhões (Ford, GM, e VW), Ônibus (Ford e GM) e Tratores (Ford) em Unidades e Toneladas

Empresa \ Ano		1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
Volkswagen do Brasil S.A.	unid.	518.603	525.703	514.237	295.303	324.142	341.354	302.697	357.969
	t	464.773	471.167	457.308	267.319	296.323	305.267	274.033	357.142
General Motors do Brasil	unid.	194.736	207.682	231.557	155.539	180.083	207.544	197.362	222.801
	t	248.266	263.244	301.794	195.526	205.167	226.145	221.279	252.181
Ford do Brasil S.A.	unid.	156.727	170.875	165.456	125.891	144.431	166.101	179.643	189.073
	t	222.551	252.067	254.102	198.069	196.053	197.401	222.982	246.009
Fiat Automóveis S.A.	unid.	97.302	129.321	160.217	130.381	163.449	146.213	138.207	150.981
	t	79.328	103.759	128.890	140.513	131.363	117.278	114.135	125.285
As quatro montadoras	unid.	967.368	1.033.581	1.071.467	707.114	812.105	861.212	817.909	920.824
	t	1.014.918	1.090.237	1.142.094	801.427	828.906	846.091	832.429	980.617

Fonte (dados brutos): Anfavea, montadoras e revista *Quatro Rodas*.

Anexo 2

Número Médio de Pessoas Empregadas pelas Principais Montadoras

Empresa \ Ano		1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
Volkswagen do Brasil S.A.		39.655	42.559	45.289	36.216	34.166	34.129	32.506	40.778
General Motors do Brasil		20.988	21.010	20.700	18.768	19.202	20.305	20.422	22.194
Ford do Brasil S.A.		21.597	23.113	23.022	21.107	19.902	22.054	22.877	23.626
Fiat Automóveis S.A.		8.429	10.333	11.028	9.912	9.488	9.049	9.082	9.509

Fonte: SINE, através de documentos da Anfavea.

Anexo 3

Imobilizado Líquido das Principais Montadoras

(No meio do período, em milhões de cruzeiros de dezembro de 1985; deflator: coluna 36 da "Conjuntura")

Empresa \ Ano		1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
Volkswagen do Brasil S.A.		2.862.330	3.462.319	3.194.518	3.044.010	3.497.202	3.613.905	3.825.885	3.959.301
General Motors do Brasil		3.552.291	3.429.844	3.502.042	4.085.951	4.577.198	4.485.959	3.944.422	3.403.365
Ford do Brasil S.A.		2.379.487	2.503.256	2.002.362	1.912.957	2.524.421	2.980.318	3.322.343	3.438.674
Fiat Automóveis S.A.		3.725.522	5.555.597	5.923.962	4.235.937	3.776.991	4.029.285	4.136.161	3.541.197

Abstract

Production function is an analytical relationship between output and input, which is observed in the production process. The knowledge of production functions improves the understanding of production conditions, giving a useful tool to managers for adapting the firm to its economic environment. The objective of this paper is to illustrate some business applications of this technique. Three important industries in the recent Brazilian economic scenario were chosen as case examples: cement, automotive and electric power generation. In each of them, diverse statistical approaches to estimate the production function were employed. In the first two cases, a single equation model was used. The difference between these two cases lies in the adoption of cross-sectional data for the cement industry and in the use of time-series data for automotive manufacturing. For the electric power generation industry, a model containing simultaneous equations was developed.

Uniterms:

- production function
- Cobb-Douglas function
- cement industry
- automotive manufacturing
- electric power generation industry
- economies (deseconomies) of scale

Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Norma TB-159: pesos de veículos rodoviários automotores, seus rebocados e combinados*. Rio de Janeiro, 1978. 4 p.

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS FABRICANTES DE VEÍCULOS AUTOMOTORES. *Anuário estatístico — 1975-1986: indústria automobilística brasileira*. São Paulo, 1986. 109 p.

BRASIL. Ministério da Indústria e Comércio. Secretaria de Tecnologia Industrial. *Escolha*

certo: guia de consumo de seu carro, Brasília, STI/ANFAVEA, 1986. 28 p.

DHRYMES, P. J. *Econometrics: statistical foundations and applications*. New York, Harper & Row, 1970. 599 p.

HUANG, D. S. *Regression and econometric methods*. New York, Wiley, 1970. 274 p.

PETERS, T. & WATERMAN, R. H. *In search of excellence*. New York, Warner Books, 1982. 360 p.

QUATRO RODAS. São Paulo.

Ed. Abril.

QUEM É QUEM NA ECONOMIA BRASILEIRA. São Paulo, Ed. Visão.

ROCCA, A. C. *Economias de escala na função de produção*. São Paulo, 1967. 192 p. Tese (Doutorado). Faculdade de Economia e Administração da USP.

THEIL, H. *Principles of econometrics*. New York, Wiley, 1970.

WALTERS, A. A. Production and cost functions: an econometric survey. *Econometrica*, Bristol, 31(1):1-66, Jan./Apr. 1963.

Recebido em maio/89