Redução da incerteza no processo de decisão

Jairo Simon da Fonseca

Professor Titular da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo

INTRODUÇÃO

As decisões nos sistemas sócio-econômicos são sempre complexas, devido ao alto grau de incerteza a eles inerente. Muito se tem escrito sobre o processo de decisão relativo a critérios de tomada de decisões, mas pouco sobre a redução de incerteza obtida através da mensagem contida em uma informação estatística adicional.

Nosso objetivo principal neste trabalho foi conceituar e mensurar a incerteza associada a um sistema de eventos probabilísticos, bem como mostrar a utilidade de uma informação adicional para a sua redução, decorrendo deste fato, uma decisão de menor risco.

MENSURAÇÃO DA INCERTEZA

Vamos considerar neste trabalho sistemas probabilísticos, ou seja, sistemas que descrevem fenômenos que possam se apresentar em formas de eventos Ei, mutuamente exclusivos, com probabilidades Pi = P (Ei) de ocorrência. Um sistema deste tipo seria, por exemplo, o lançamento de um dado. Neste caso, teríamos como eventos as faces do dado, todos eles possuindo a mesma probabilidade de ocorrência.

Outro exemplo seria uma firma que, através de ampliação de suas instalações, poderia deter a participação de mercado de diversos níveis, eventos Ei com correspondentes probabilidades. Indicaremos estes sistemas específicos pela notação S (Pi).

A teoria da Informação, bastante difundida ultimamente, mostra, justificando tanto matemática como intuitivamente, que a medida da incerteza de um sistema probabilístico é dada pela função entropia semelhante à da Mecânica Estatística, o que é indicado por H;

$$H = -\sum_{i} Pi \log Pi,$$

expressa em unidades *bits,* quando o logaritmo é calculado na base binária.

A entropia de um sistema S (pi), medida da incerteza, é máxima quando as probabilidades de ocorrência dos eventos Ei são iguais. Neste caso, $H_{max} = \log n$. O menor valor da incerteza (entropia) é quando um evento é certo, possuindo em decorrência uma probabilidade igual a um (1), tendo todos os outros eventos probabilidades iguais a zero. Neste caso $H_{min} = 0$, isto é, a incerteza associada a este sistema é nula.

Resumindo, a incerteza H de um sistema é sempre um número real medido em *bits,* onde $0 \leqslant H \leqslant \log n$, tomando o valor mínimo H (S) = 0, quando existir um evento Ej com probabilidade Pj = P (Ej) = 1 e todos as outras probabilidades correspondentes aos outros eventos $P_i \neq j = 0$.

A incerteza máxima corresponde a um esquema em que todos os eventos são equiprováveis, $Pi = \frac{1}{n}$ para i = 1, 2, . . . n. Neste caso a incerteza assume o valor H (S) = log n.

Vamos supor um proprietário de uma firma comercial que está pensando na ampliação de suas instalações e que,

Revista de Administração Volume 21(3) - julho/setembro/1986 - Páginas 40 a 42

através de sua percepção própria, estimou que caso ampliasse as suas instalações teria uma participação de mercado, caracterizada por eventos Ei com as seguintes probabilidades:

Participação de Mercado (Ei)	Probabilidades (P (Ei) = Pi)
E_1 = 5%	0,20
E_2 = 10%	0,40
E_3 = 15%	0,20
E_4 = 20%	0,10
E_5 = 25%	0,07
E_6 = 30%	0,03

A incerteza que cerca a sua participação de mercado, com a ampliação das instalações da firma pode ser calculada da seguinte forma:

$$H(S(p)) = H(p) = -\sum_{i=1}^{6} Pi \log_2 Pi =$$

$$= 0{,}46 + 0{,}53 + 0{,}46 + 0{,}33 + 0{,}27 + 0{,}15 = 2{,}20 \text{ bits}$$

Uma maneira mais intuitiva de se calcular a incerteza é mensurá-la usando o conceito de Incerteza Relativa, que por definição é igual:

$$HR = \frac{\text{Incerteza calculada}}{\text{Incerteza máxima}} = \frac{H(p)}{\log_2 n}$$

Neste exemplo:

$$HR(p) = HR = \frac{2{,}20}{2{,}58} = 0{,}85$$

Temos neste caso uma incerteza relativa bastante alta, da ordem de 85%.

REDUÇÃO DE INCERTEZA

A redução da incerteza só pode ser feita com a chegada de uma mensagem contendo uma determinada quantidade de informação, como a realização de uma amostragem ou ainda subjetivamente obtida através de um Delphi. Como veremos adiante, informação e incerteza são diferentes aspectos de uma mesma realidade, com analogia aos aspectos físicos de matéria-energia de Einstein ou onda-corpúsculo de Bohr.

Continuando o exemplo da ampliação das instalações da firma, vamos admitir que foi realizada uma amostra, uma pesquisa de campo com 100 potenciais compradores da firma citada, onde 12 deles afirmaram que com este novo projeto de ampliação seriam clientes normais dessa empresa. Uma mensagem deste tipo, contendo uma certa quantidade de informações vai transformar o nosso sistema probabilístico, S (p) original em um novo sistema S (q) com diferente grau de incerteza.

A composição clássica que se faz desta informação com a original do proprietário da firma é a Bayesiana, resumida no quadro abaixo:

Eventos Ei	Probabilidade a Priori Pi=P(Ei)	Probabilidade condicional P(r=12/Ei)	Probabilidade conjunta PiX p(r=12/Ei)	Probabilidade a Posterior qi=P(Ei/r/=12)
E_1 = 5%	0,20	0,0028	0,0056	0,0096
E_2 = 10%	0,40	0,0988	0,03952	0,0679
E_3 = 15%	0,20	0,0838	0,01676	0,2882
E_4 = 20%	0,10	0,0128	0,00128	0,0220
E_5 = 25%	0,07	0,006	0,00004	0,0070
E_6 = 30%	0,03	0,000	0,0000	0,000
			0,05816	1,000

$$\text{onde: } P(r=12/Ei) = \binom{100}{12} Pi^{12} (1 - Pi)^{88} \quad \text{e}$$

$$q_i = P(Ei/r=12) = \frac{P(r = 12/Ei)\, p(Ei)}{\sum_{i=1}^{6} P(r=12/Ei)\ P(Ei)}$$

Vamos calcular a incerteza associada ao sistema probabilístico S(q), que vai refletir o grau de incerteza associado ao problema da amplificação da firma, agora com a informação adicional:

$$H(q) = -\sum_{i=1}^{6} qi \log_2 qi = 0{,}01 + 0{,}38 + 0{,}51 + 0{,}11 + 0{,}05 + 0{,}00 \simeq 1{,}06$$ bits, onde a incerteza relativa, será:

$$HR(q) = \frac{1{,}06}{2{,}58} = 0{,}41 = 41\%$$

Observe-se que, após a informação adicional, o grau de incerteza caiu de 85% para 41%, tornando agora o processo de decisão do proprietário da firma menos incerto, ou de menor risco.

O fluxo informação-incerteza pode ser esquematizado pelo quadro abaixo:

$$\boxed{S(p)} \xrightarrow[\text{informação}]{\text{mensagem}} \boxed{S(q)}$$

incerteza *a priori* — incerteza *a posteriori*

$$H(p) = -\Sigma p \log p \qquad H(q) = -\Sigma q \log q$$

O valor da informação obtida pode ser definido pela diferença das entropias:

I (M) = H (p) – H (q), calculada no nosso exemplo,
I (M) = 2,20 – 1,06 = 1,14 *bits*. Neste caso a igualdade acima pode ser interpretada como uma lei de conservação entre informação e incerteza, análoga à lei da conservação da energia da Física.

Gostaríamos de chamar a atenção do leitor para a potencialidade da fusão da Estatística Bayesiana com a Teoria da Informação que, juntas, podem apresentar um efeito sinergético bastante amplo com aplicações diretas em problemas de decisão.

CONCLUSÃO

A Teoria da Informação é bastante difundida em algumas áreas sociais, tais como Economia, Lingüística, Psicologia. Recentemente, utilizações em Finanças aplicadas a problemas de depreciação de ativos e análise de balanços têm sido publicadas.

Em nossa percepção, tópicos como risco e retorno em análise de investimentos e genericamente todos os problemas de decisão na incerteza poderiam, por fusão da Estatística Bayesiana e da Teoria da Informação, ganhar um instrumento estatístico de grande alcance.

Foi com o objetivo de informar aos estudiosos da área e aos leitores em geral ligados aos problemas de decisão, que escrevemos este pequeno trabalho, com o intuito de chamar a atenção para o enorme potencial de utilização das técnicas informacionais recentes, como a Teoria da Informação, Comunicação e Cibernética.

BIBLIOGRAFIA

GEORGESCU, N. – *The entropy law and economic process,* Harward Press, 1971.

KULLBACK, S. – *Information theory and statistics,* Dover Publication Inc, 1968.

SCHLAIFER, R. – *Analysis of decision under uncertainty,* McGraw-Hill, 1969.

THEIL, H. – *Economics and information theory,* North Holland, 1967.

– *A maximum entropy approach to the choice of asset depreciation.* Paper, University of Chicago, 1977.