TAXA EFETIVA REAL DE APLICAÇÕES EM ORTN

Clovis de Faro *

SÍNTESE

Focalizando o caso das ORTN ditas com "resgate pela correção monetária, e admitindo que a taxa mensal de inflação seja medida pela própria variação do valor nominal das ORTN, o trabalho tem dois objetivos. Inicialmente, considerando a possibilidade de negociação com ágio ou deságio, mostra-se como, de uma maneira expedita, estimar a taxa real de rentabilidade do investimento na aquisição de uma ORTN. A seguir, para o caso de negociação ao par, é desenvolvido uma fórmula exata que evidencia que a taxa de rentabilidade real decai à medida que aumenta a taxa de inflação.

INTRODUÇÃO

Uma interessante questão de caráter prático, relativa a uma das mais corriqueiras transações em nosso mercado de capitais, é a que diz respeito à taxa de rentabilidade de aplicações nas chamadas Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional (ORTN).

Como é sabido (Castro, 1979), as ORTN são emitidas pelo Tesouro Nacional e colocadas pelas agências do Banco do Brasil, sob coordenação e controle do Banco Central. Correntemente, apresentam prazos de resgate de dois e de cinco anos, com taxas nominais de juros de 6% e de 8% ao ano, respectivamente. As ORTN propiciam rendimentos semestrais, calculados com base na taxa semestral proporcional à taxa nominal especificada, e que é tomada como incidente sobre a média aritmética dos valores nominais (valor corrente, em cruzeiros, que é fixado mensalmente pelas autoridades monetárias) vigentes em cada um dos meses so semestre considerado.

Admitindo que a taxa mensal de inflação seja medida pela própria variação do valor nominal das ORTN, o propósito da presente nota é mostrar como se pode determinar, de maneira expedita, uma estimativa da taxa real de rentabilidade de aplicações nesses títulos.

MODELO DE AVALIAÇÃO

Fixando nossa atenção nas ORTN ditas com "resgate pela correção monetária" [1] que são aquelas em que, no fim do prazo de aplicação, além dos juros, o aplicador recebe o valor nominal vigente, seja:

- i – taxa nominal anual;
- n – prazo de resgate em anos;
- U_k – valor nominal das ORTN na época de k, sendo U_0 o valor vigente na data de emissão;
- Θ – taxa mensal de inflação, suposta constante e sendo medida pela variação nominal das ORTN;
- α – razão entre o valor de aquisição e o valor nominal U_0 (se $\alpha > 1$) temos ágio, com deságio se $\alpha < 1$).

Então, sendo R_k o rendimento obtido na época k, o valor aplicado e a sucessão de recebimentos, em cruzeiros correntes, podem ser visualizados por meio do seguinte esquema gráfico:

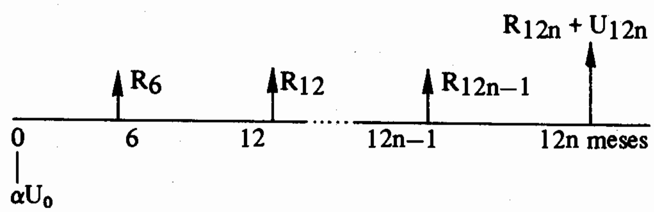

Figura 1

Esquema de desembolso e recebimentos

Ora, designando-se por h o número de semestres, temos que:

$$R_{6h} = \frac{i}{2}\left(\frac{\sum_{k=6(h-1)}^{6h-1} U_k}{6}\right), h = 1, 2, \dots, 2n \qquad (1)$$

Então, dado que, por hipótese,

$$U_k = U_0\,(1+\Theta)^k \qquad (2)$$

segue-se:

$$R_{6h} = \frac{i}{12}\sum_{k=6(h-1)}^{6h-1} U_0\,(1+\Theta)^k \qquad (3)$$

ou

$$R_{6h} = \frac{iU_0(1+\Theta)^{6h}}{12}\left[\frac{1-(1+\Theta)^{-6}}{\Theta}\right], h = 1, 2, \dots, 2n \qquad (3')$$

Em termos reais, a taxa r de rentabilidade semestral será a taxa de juros tal que satisfaça a seguinte equação:

* *Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.*

1. Existem também as ORTN com cláusula de opção pelo resgate com reajustamento segundo a variação da taxa de câmbio de cruzeiros por dólares. Veja Chiesa (1980).

$$-\alpha + \sum_{h=1}^{2n} \frac{R_{6h}}{U_{6h}} (1+r)^{-h} + (1+r)^{-2n} = 0 \qquad (4)$$

ou

$$\alpha = \beta \left[\frac{1-(1+r)^{-2n}}{r}\right] + (1+r)^{-2n} \qquad (4')$$

para

$$\beta = \begin{cases} i[1-(1+\Theta)^{-6}]/12\Theta, \text{ se } \Theta \neq 0 \\ i/2, \text{ se } \Theta = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

Caso Geral: $\alpha \neq 1$

Havendo ágio ou deságio, o que significa ter $\alpha \neq 1$, a equação (4') só pode ser resolvida por métodos iterativos. Tendo em vista o apresentado em Faro (1982), sugere-se o emprego do procedimento híbrido que consiste em se refinar o resultado obtido pela fórmula de Karpin através do método Newton-Raphson.

Deste modo, sendo:

$$a = (4n^2 - 1)/12 \qquad (6)$$

$$b = (2n+1)/2 + 2n/(\alpha-1) \qquad (7)$$

e

$$c = 2n\beta/(\alpha-1) - 1 \qquad (8)$$

tome-se como primeira aproximação:

$$r_1 = bc/(ac+b^2) \qquad (9)$$

A seguir, até que se alcance a precisão desejada, determine recursivamente (começando com k=1):

$$r_{k+1} = r_k + \frac{r_k[(r_k-\beta)(1+r_k)^{-2n} + \beta - \alpha r_k]}{\beta + [2nr_k(r_k-\beta)(1+r_k)^{-1} - \beta](1+r_k)^{-2n}} \qquad (10)$$

Com o intuito de oferecer uma indicação numérica do desempenho do método proposto, foram investigados os casos apresentados nos Quadros I e II. Nestes, para α = 1,05 (Quadro I), e para α = 0,95 (Quadro II), em função da estimativa da taxa mensal de inflação Θ e para os prazos anuais n e taxas nominais anuais i ora em vigor, são mostrados:

- rentabilidade semestral determinada pela aplicação do algoritmo Newton-Raphson, até que se pudesse garantir precisão na quarta casa decimal na forma percentual da taxa;
- valor da aproximação obtida pela fórmula de Karpin, bem como o seu respectivo erro percentual em relação à rentabilidade semestral, e o número de iterações do algoritmo Newton-Raphson que foram necessárias para, partindo da aproximação, alcançar a precisão desejada.

QUADRO I

CASO DE ÁGIO ($\alpha > 1$)

n (anos)	i (% a.a.)	α	Θ (% a.m.)	Rentabilidade semestral (%)	Aproximação de Karpin		
					valor (%)	erro (%)	nº de iterações
2	6	1,05	0	1,6965	1,6965	0,000	0
2	6	1,05	0,5	1,6463	1,6463	0,000	0
2	6	1,05	1	1,5974	1,5974	0,000	0
2	6	1,05	2	1,5034	1,5034	0,000	0
2	6	1,05	3	1,4141	1,4141	0,000	0
2	6	1,05	4	1,3293	1,3293	0,000	0
2	6	1,05	5	1,2486	1,2486	0,000	0
2	6	1,05	8	1,0291	1,0291	0,000	0
2	6	1,05	10	0,8994	0,8994	0,000	0
5	8	1,05	0	3,4018	3,4017	−0,003	1
5	8	1,05	0,5	3,3347	3,3346	−0,003	1
5	8	1,05	1	3,2694	3,2693	−0,003	1
5	8	1,05	2	3,1438	3,1438	0,000	0
5	8	1,05	3	3,0246	3,0245	−0,003	1
5	8	1,05	4	2,9113	2,9112	−0,003	1
5	8	1,05	5	2,8035	2,8035	0,000	0
5	8	1,05	8	2,5103	2,5103	0,000	0
5	8	1,05	10	2,3370	2,3370	0,000	0

QUADRO II

CASO DE DESÁGIO ($\alpha < 1$)

n (anos)	i (% a.a.)	α	Θ (% a.m.)	Rentabilidade semestral (%)	Aproximação de Karpin valor (%)	erro (%)	nº de iterações
2	6	0,95	0	4,3901	4,3902	0,002	1
2	6	0,95	0,5	4,3366	4,3366	0,000	0
2	6	0,95	1	4,2844	4,2831	0,002	1
2	6	0,05	2	4,1841	4,1842	0,002	1
2	6	0,95	3	4,0889	4,0890	0,002	1
2	6	0,95	4	3,9985	3,9985	0,000	0
2	6	0,95	5	3,9125	3,9125	0,000	0
2	6	0,95	8	3,6785	3,6785	0,000	0
2	6	0,95	10	3,5402	3,5402	0,000	0
5	8	0,95	0	4,6361	4,6363	0,004	1
5	8	0,95	0,5	4,5648	4,5650	0,004	1
5	8	0,95	1	4,4954	4,4956	0,004	1
5	8	0,95	2	4,3619	4,3621	0,005	1
5	8	0,95	3	4,2352	4,2353	0,002	1
5	8	0,95	4	4,1147	4,1149	0,005	1
5	8	0,95	5	4,0003	4,0004	0,002	1
5	8	0,95	8	3,6889	3,6890	0,003	1
5	8	0,95	10	3,5049	3,5050	0,003	1

Observe que a rentabilidade decresce à medida que aumenta a taxa de inflação. Isto já poderia ter sido previsto, posto que da relação (5) decorre que β tende a zero, quando a taxa de inflação cresce indefinidamente. Logo, no caso-limite, segue-se, em face de (4'), que a taxa mínima de rentabilidade r será dada por:

$$r = \alpha^{-1/2n} - 1$$

Caso particular: $\alpha = 1$

Quando o valor de aquisição coincide com o próprio valor nominal da ORTN, ou seja, quando a transação é efetuada ao par, $\alpha = 1$, a equação (4') pode ser resolvida de maneira exata. Isso porque, nesse caso, como pode ser facilmente verificado por substituição direta, a taxa de rentabilidade semestral é dada por:

$$r = \beta \begin{cases} i\,[1 - (1+\Theta)^{-6}]/12\Theta \text{ , se } \Theta \neq 0 \\ i/2, \text{ se } \Theta = 0 \end{cases} \tag{12}$$

Deste modo, e agora independentemente do prazo de resgate n, a taxa de rentabilidade também decresce com a inflação, anulando-se no limite para o caso de transações efetuadas ao par.

No Quadro III, em função da taxa de inflação Θ e para os dois casos de taxas nominais i considerados, é apresentada a taxa de rentabilidade em termos semestrais e em termos anuais. É interessante destacar que, no caso de ausência de inflação, a taxa de rentabilidade anual supera a taxa nominal anual. Ainda mais, isso também acontece se $\Theta = 0,5\%$ a. m. e $i = 8\%$ a. a.: nesse caso, a taxa anual de rentabilidade é de 8,0163%.

QUADRO III

Ao Par ($\alpha = 1$)

n (anos)	i (% a.a.)	θ (% a.m.)	Rentabilidade Semestral (%)	Rentabilidade Anual (%)
2	6	0	3,0000	6,090
2	6	0,5	2,9482	5,9833
2	6	1	2,8975	5,8794
2	6	2	2,8007	5,6798
2	6	3	2,7086	5,4906
2	6	4	2,6211	5,3109
2	6	5	2,5378	5,1400
2	6	8	2,3114	4,6762
2	6	10	2,1776	4,4026
5	8	0	4,0000	8,1600
5	8	0,5	3,9309	8,0163
5	8	1	3,8637	7,8767
5	8	2	3,7343	7,6081
5	8	3	3,6115	7,3534
5	8	4	3,4948	7,1117
5	8	5	3,3838	6,8821
5	8	8	3,0819	6,2588
5	8	10	2,9035	5,8913

CONCLUSÃO

A análise apresentada permite-nos concluir que, mesmo no caso em que a taxa de inflação coincide com a de variação do valor nominal das ORTN's, a rentabilidade real de tais títulos não é fixa. Pelo contrário, a rentabilidade é função da taxa de inflação, decrescendo à medida que aumenta esta última.

BIBLIOGRAFIA

CASTRO, H. O. P. de, coord. *Introdução ao mercado de capitais*. Rio de Janeiro, IBMEC, 1979, p. 93.

CHIESA, D. A., *O Mercado financeiro*, 2ª ed. Porto Alegre, Sulina, 1980, p. 55-56.

FARO, C. de, *Determinação da taxa de rentabilidade de letras de câmbio*, agosto 1982 (mimeografado).